

# Hemuppgift nr 3 av 4, deadline 26/11 2010

**Inlämning** av lösta uppgifter sker den 26/11 kl 10:00-10:15 på övningen i sal E35 och E51. **Kamraträttning** sker 26/11 kl 11-12. Obs: För att uppgiften ska tillgodoräknas måste du delta i både att lösa uppgiften (före aktuellt datum) och i rättningen det aktuella datumet.

När du löser uppgiften, tänk på att **uppgifterna ska kamraträttas**, skriv därför en tydlig lösning som går lätt att följa, med tydliga bilder, introducera storheter, vad som söks, lösningsgång samt väl förenklade svar på delfrågorna.

**Häfta ihop** lösningsbladen och **skriv namn** på framsidan.

Examinator: Lars Jonsson

**1 av 4)**  $j\omega$ -metoden, filter. Givet  $i(t) = \sqrt{2}I_0 \cos(\omega t + \alpha)$ .

a) Bestäm den komplexa effektivvärdesströmmen,  $I$ .

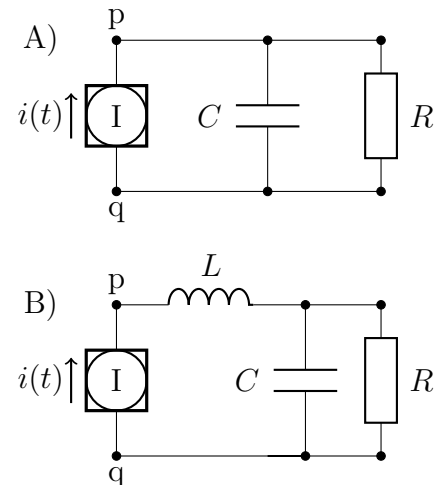
b) Bestäm spänningen  $U_{pq}$  som funktion av  $I$  i figur A).

c) Låt  $H = U_{pq}/(RI)$ . Vilken dimension har  $H$ , om vi ser  $H(\omega)$  som en funktion av  $\omega$ , rita  $|H(\omega)|$ , vilken typ av filter är detta? Vad är gränshfrekvensen?

d) Ett kolkompositionsmotstånd med ideal resistans  $R$  är en vanlig typ av motstånd. Som de flesta motstånd är det inte idealt utan har både kapacitiva och induktiva delar. En kretsmodell av ett kolkompositmotstånd visas i figuren till höger, där  $C$  är summan av inkopplingskapacitansen  $C_k$  och läckkapacitansen  $C_L$  och  $L$  är inkopplingsinduktansen. Se figur B). Bestäm  $U_{pq}/(RI)$ .

e) Lämpliga värden för krets B) är  $R = 10.0\text{k}\Omega$ ,  $L = 10.0\text{nH}$ ,  $C = 1.00\text{pF}$ . Bestäm frekvensområdet när kolkompositmotståndet kan anses vara en ideal resistor. Dvs, hitta den lägsta positiva frekvens,  $\omega_g$  så att  $|H(\omega)| = |U_{pq}/(RI)| = 1/\sqrt{2}$ . Ledning: Låt  $x = \omega^2$  och lös ekvationen för  $x$ .

f) (frivillig uppgift) Plotta  $|H(\omega)|$  på log-log-skala tex med matlabs loglog-funktion för vinkelfrekvenser  $\omega = 10$  till  $\omega = 10^4\omega_g$ .



**2 av 4)** Grafiska metoder.

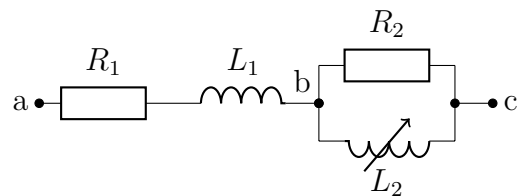
a) Rita ett admittansdiagram över  $Y_{bc}$  där  $L_2$  kan variera mellan 0 och oändligheten.

b) Transformera kurvan i admittansdiagrammet till en kurva i impedansdiagrammet (Möbiustransform). (Bestäm  $Z_{bc}$  för tre värden av  $L_2$  punkter och rita kurvan).

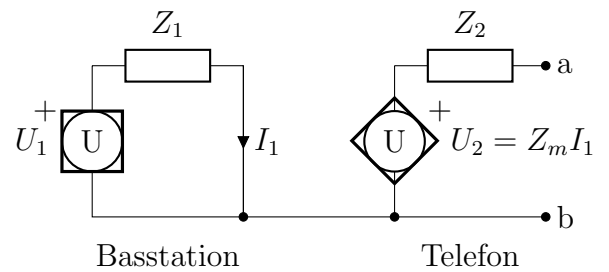
c) Rita ett impedansdiagram för  $Z_{ab}$ .

d) Rita ett impedansdiagram för  $Z_{ac}$  där  $L_2$  kan variera.

e) Vad är maximal fas för  $Z_{ac}$  när  $L_2$  varierar. Vad är maximal amplitud för  $Z_{ac}$  när  $L_2$  varierar.



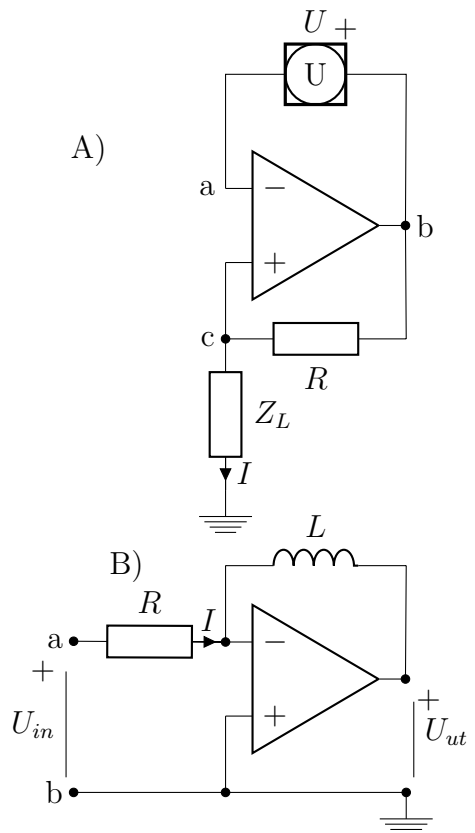
**3 av 4)** Tvåpoler/anpassning och aktiv effekt, beroende generatorer. En basstation som kommunicerar med en mobiltelefon kan representeras som det ekvivalenta schemat till höger. Mottagarantennen är ekvivalent med en strömstyrd spänningskälla i serie med en inre impedans  $Z_2 = R_2 + jX_2$ . Sändarantennen är ekvivalent med en spänningskälla i serie med en impedans  $Z_1 = R_1 + jX_1$ . Koeficienten  $Z_m$  beror på avståndet mellan antennerna, hur antennerna är vinklade i förhållande till varandra och på omgivningen. Den sändande antennen sänder med vinkelfrekvens  $\omega$ .  $U_1$  och  $U_2 = Z_m I_1$  är komplexa spänningar.



- Använd metod 1 för att bestämma en ekvivalent tvåpol med avseende på ab.
- Hur ska belastningsimpedansen,  $Z_L$  mellan ab väljas för att maximal aktiv effekt mottages i  $Z_L$ .
- Bestäm kvoten  $P_r/P_t$  då  $P_r$  är maximerad.  $P_r$  är den mottagna aktiva effekten som förbrukas i  $Z_L$  och  $P_t$  är den utsända aktiva effekten, dvs den aktiva effekt som förbrukas i  $Z_1$ .

**4 av 4)** Ideal operationsförstärkare, impedans.  $U$  är den komplexa amplituden för en växelströmskälla.

- Kretsen A) till höger har fyra noder. Vilka är de. Bestäm hur potentialerna i dessa noder förhåller sig till varandra. Kommer virtuell jord in här?
- Använd Kirchhoffs spänningslag för att potential vandra i krets A från a, till b till c, introducera nödvändiga strömmar. Vad blir strömmen genom  $R$  uttryckt i  $U$ .
- Vad gäller för strömmarna in i +/- ingången på operationsförstärkaren? Med denna kunskap bestäm hur strömmarna går i nod c och i nod b.
- Kretsen A) levererar strömmen  $I$  till lasten  $Z_L$  oberoende av lastens storlek. Detta är en typisk karakteristik för en viss källa, vilken ideal källa kan representeras av kretsen?
- I krets B) bestäm relationen mellan  $U_{ut}/U_{in}$ . Ledning: Introducera noder, potentialvandra, bestäm strömmen  $I$ .
- En krets inimpedans definieras som  $Z_{in} = U_{in}/I$  med de introducerade riktningarna. Vad är inimpedansen för krets B.

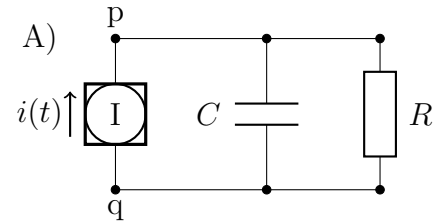


# Förslag till lösning av Hemuppgift nr 3 2010

Examinator: Lars Jonsson

1a) **Betäm den komplexa effektivvärdesströmmen  $I$ .** Det var givet att  $i(t) = \sqrt{2}I_0 \cos(\omega t + \alpha)$ . Som vanlig antar vi att den komplexa strömmen har formen  $I = Ae^{jp}$ . Omvandlingsformeln är

$$i(t) = \text{Re}(I\sqrt{2}e^{j\omega t}) \quad (1)$$



Vi ska nu försöka identifiera amplitud  $A$  och fas  $p$ . Om vi sätter in respektive uttryck för  $i(t)$  och  $I$  får vi

$$i(t) = \sqrt{2}I_0 \cos(\omega t + \alpha) = \text{Re}[A\sqrt{2}e^{jp}e^{j\omega t}] \quad (2)$$

Vi kommer ihåg  $e^{a+b} = e^a e^b$  samt Eulers formel. Omvandlingsformeln ovan är det enda stället där  $j$  och  $t$  står tillsammans. Vi försöker identifiera  $A$  och  $p$  i termer av  $I_0$  och  $\alpha$ .

$$i(t) = \sqrt{2}I_0 \cos(\omega t + \alpha) = \text{Re}(A\sqrt{2}(\cos(\omega t + p) + j \sin(\omega t + p)) = \sqrt{2}A \cos(\omega t + p) \quad (3)$$

Vi kan nu identifiera  $A = I_0$ ,  $p = \alpha$ . Vi får strömmen på effektivvärdesskalan till  $I = I_0 e^{j\alpha}$ . **[Svar]**

1b) **Bestäm spänningen  $U_{pq}$  som funktion av  $I$  i Krets A) ovan.** Vi vill ha spänningen över strömgeneratorn. Vi kan få denna genom att räkna ut spänningsfallet över  $Z_{tot} = R // Z_C$ , där  $Z_C = 1/(j\omega C)$ , och där efter använda KVL. Vi får att

$$Z_{tot} = R // Z_C = \frac{RZ_C}{R + Z_C} = \frac{R}{1 + j\omega CR} \quad (4)$$

Spänningen blir  $U_{pq}$  blir

$$U_{pq} = Z_{tot}I = \frac{RI}{1 + j\omega CR} \quad (5)$$

Kom ihåg att  $I = I_0 e^{j\alpha}$  från deluppgift 1a.

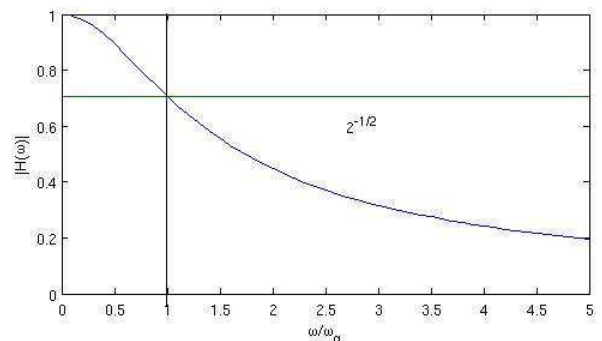
$$U_{pq} = \frac{RI_0 e^{j\alpha}}{1 + j\omega CR} = \text{Svar.} \quad (6)$$

1c) Vi söker dimensionen på  $H$  där  $H = U_{pq}/(RI)$ . Vi ser att  $[RI] = \text{V}$  så  $H$  är dimensionslös. **delsvar.**

Vi söker  $H(\omega)$  och noterar att

$$H(\omega) = \frac{U_{pq}}{RI} = \frac{1}{1 + j\omega CR}, \quad |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \quad (7)$$

Vi kan enkelt notera att för små  $\omega$  (dvs för  $\omega$  så att  $\omega CR \ll 1$ ) har vi att  $|H(\omega)| \approx 1$ . För stora omega, dvs för  $\omega CR \gg 1$  dominerar denna term och vi får att  $H(\omega) \approx 0$ . Eftersom kretsen endast innehåller en frekvensberoende impedans, säger detta att filtret är ett lågpas filter **[delsvar]**.



Figur 1:  $|H(\omega)|$  för ekv. (7) i linjär skala.

Vi söker gränshfrekvensen: Definitionen av gränshfrekvens är när  $|H|$  kommit ned  $1/\sqrt{2}$  från maxvärdet. Ovan såg vi att  $|H| \leq 1$  vi får då att

$$|H(\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow |H(\omega_g)|^2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 + (\omega_g RC)^2} \quad (8)$$

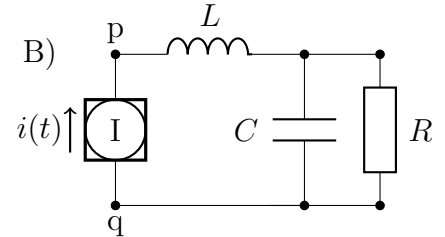
Vi kan nu lösa denna ekvation för  $\omega_g$ , vi får  $\omega_g = 1/(RC)$ . [delsvar].

Vi kan alltså skriva  $H(\omega) = 1/(1 + j\omega/\omega_g)$ . Hur kan vi se att  $\omega_g$  har rätt dimension  $[s^{-1}]$ . Vi vet att  $[\omega C] = \Omega^{-1}$ , (eftersom  $Z_C = 1/(j\omega C)$ , vilket måste innebära att  $[\omega] = s^{-1} = 1/([C]\Omega)$ ). Så om vi nu tittar på vår formel för  $\omega_g$  har vi  $\omega_g = 1/(RC)$  vilket stämmer väl med dimensionen ovan. Se figur 1 för en bild av filtret i linjär skala. (Linjär skala på x och y-axel. Vi har också valt att använda  $x = \omega/\omega_g$ )

#### 1d) Sök $U_{pq}/RI$ i krets B)

Vi ska igen bestämma  $U_{pq}$ , dvs om vi hittar totala impedansen,  $Z_{tot}$ , så får vi  $U_{pq} = IZ_{tot}$ . Här är  $Z_L = j\omega L$ ,  $Z_C = 1/(j\omega C)$  och vi får

$$Z_{tot} = Z_L + (Z_C // R) = j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega RC} \quad (9)$$



och

$$U_{pq} = j\omega LI + \frac{RI}{1 + j\omega RC}. \quad (10)$$

Vi söker  $U_{pq}/RI$  och får

$$H(\omega) = \frac{U_{pq}}{RI} = \frac{j\omega L}{R} + \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega(L/R)(1 + j\omega RC) + 1}{1 + j\omega RC} = \frac{1 - \omega^2 LC + j\omega(L/R)}{1 + j\omega RC} = \text{Svar} \quad (11)$$

**1e-f)** Vi ska bestämma användningsområdet för resistansen. Dvs vi ska hitta ett lägsta  $\omega$  så att  $H(\omega_g) = 1/\sqrt{2}$ . Notera att är en helt korrekt beskrivning av gränshfrekvens eftersom första  $|H|_{max} = 1$  vilket inträffar vid  $\omega = 0$ . Vi ska nu lösa ekvationen

$$|H(\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow |H(\omega_g)|^2 = \frac{1}{2}. \quad (12)$$

Vi får från (11) att

$$|H(\omega_g)|^2 = \frac{(1 - \omega_g^2 LC)^2 + (\omega_g(L/R))^2}{1 + (\omega_g RC)^2} = \frac{1}{2} \quad (13)$$

Vi multiplicerar båda sidor med nämnaren och inför notationen  $x = \omega_g^2$ .

$$2(1 - xLC)^2 + 2x(L/R)^2 = 1 + x(RC)^2 \quad (14)$$

Vi förenklar denna andragradsekvation till

$$2x^2(LC)^2 - 4xLC + 2x(L/R)^2 - x(RC)^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x\left(-\frac{2}{LC} + \frac{1}{(CR)^2} - \frac{R^2}{2L^2}\right) + \frac{1}{2(LC)^2} = 0 \quad (15)$$

Koefficienterna i denna andragsrads ekvation  $x^2 - ax + b = 0$  blir med  $R = 1.00 \cdot 10^4 \Omega$ ,  $L = 1.00 \cdot 10^{-8} \text{H}$ ,  $C = 1.00 \cdot 10^{-12} \text{F}$ .

$$a = \frac{2}{LC} - \frac{1}{(CR)^2} + \frac{R^2}{2L^2} = 5.002 \cdot 10^{23}, \quad b = \frac{1}{2(LC)^2} = 5.000 \cdot 10^{39}. \quad (16)$$

Notera att värdena är angivna med tre värdesiffror, vi räknar med fyra och avrundar svaret till 3 värdesiffror. Vi får

$$x = \frac{a}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4b} \quad (17)$$

Då  $a > 0$  får vi den intressanta lösningen då

$$x = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4b} \quad (18)$$

Vi ska nu räkna ut detta. Vi måste vara försiktiga då  $a^2$  är ungefär  $10^{46}$  och  $b$  är ungefär  $10^{39}$  vi har 7 storleksordningar mellan dessa tal. Dvs  $\sqrt{a^2 - 4b} \approx a$ , vilket skulle ge  $x \approx 0$  vilket är uppenbart fel. Vi måste återvända till serieutvecklingen som vi diskuterade på lektionen.

$$(1 + \epsilon)^p \approx 1 + p\epsilon \dots \quad (19)$$

I vårt fall har vi att  $\epsilon = 4b/a^2$  och  $p = 1/2$  vilket fås genom att vi bryter ut  $a/2$  och får

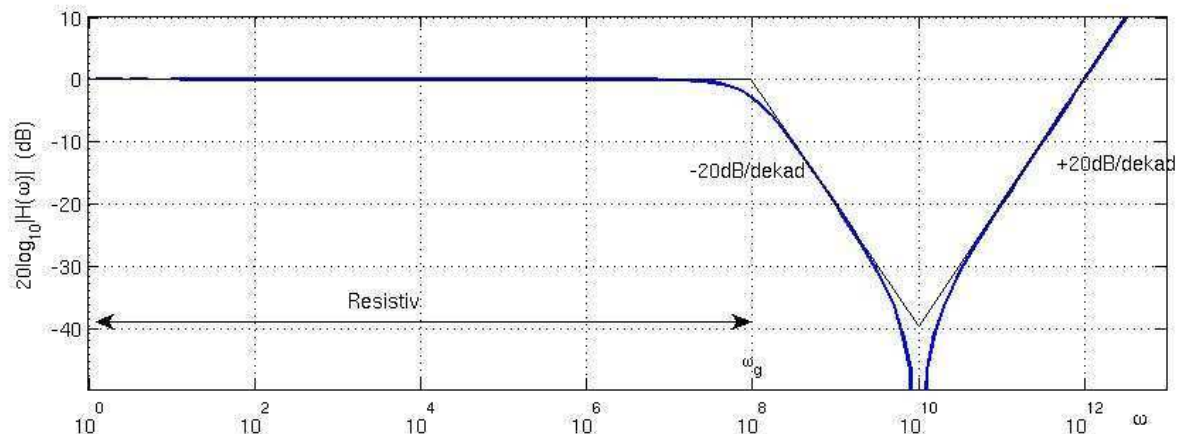
$$x = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4b} = \frac{a}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4b}{a^2}} \right] \approx \frac{a}{2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{4b}{a^2} + \dots \right) \right] = \frac{b}{a} = 9.996 \cdot 10^{16} \quad (20)$$

Vi får att  $\omega_g = \sqrt{x} = 9.998 \cdot 10^7 \approx 1.00 \cdot 10^8 = 100[\text{Mrad/s}]$ . **Svar.** Det finns ett enklare sätt att komma fram till samma svar, (överkurs) om vi återvänder till (11) ser vi att täljaren har inga reella rötter. (Endast imaginära). Brytfrekvenserna kommer därför att styras av först nämnaren  $\omega_{g1} = 1/(RC) = 10^8 \text{rad/s}$ , (den vi just räknade ut) samt koefficienten framför  $\omega^2$  vilket ger  $\omega_{g2} = 1/\sqrt{LC} = 10^{10}$  vilket i detta fall ger den högre gränshänsen.

För att rita denna plottar vi antingen med funktionen loglog, eller så försöker vi göra ett Bode-diagram enligt instruktionerna i den Gula boken. Vi plottar ett Bode-diagram. Dvs vi använder Matlab kommandot

$$\text{semilogx}(\omega, 20 \log_{10}(|H(\omega)|)) \quad (21)$$

där vi valt  $\omega = 10^n$  där  $n = .1 : .1 : 12$ .



Den kantiga kurvan är Bode-diagrammet för  $|H(\omega)|$  som vi ser approximerar den verkliga kurvan mycket bra. Notera att efter  $\omega_g$  faller kurvan med 20dB/dekad dvs 1:a ordningens avtagande, dvs den faller 20 enheter på y-axeln (dB) för varje 10-potens vi flyttar oss på x-axeln.

Vi kan konstatera att det beskrivna kolkomposit motståndet fungerar utmärkt som en resistans upp till 100Mrad/s. För att riktigt övertyga måste man undersöka fasen i detta område, den kommer också att vara konstant nära noll upp till  $\omega_g$

**2 a-b) Bestäm och rita  $Y_{bc}$  och  $Z_{bc}$ .**

Från figuren är det klart att  $Z_{bc} = R_2 // Z_{L_2}$ , där  $Z_{L_2} = j\omega L_2$ . Vi får

$$Y_{bc} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L_2} \quad (22)$$

$L_2$  varierar så vi får en fix-reell del  $1/R_2$  och en negativ varierande imaginär bit. Vi har ritat in var  $1/R_2$  syns i figur A)

För att kunna bestämma hur denna kurva ser ut som en impedans kommer vi ihåg att Möbius transformen som  $1/Y_{bc}$  är ett exempel av mappade Sirklar till Sirklar (dvs rak linje eller cirkel till rak linje eller cirkel). Vi får

$$Z_{bc} \frac{1}{Y_{bc}} = \frac{j\omega L_2 R_2}{R_2 + j\omega L_2}. \quad (23)$$

Vi plockar 3 punkter på linjen i figur A), dvs 3 värden på  $L_2$  i formel (23) och hittar deras värde i Z-diagrammet. Vi får  $L_2 = 0$  motsvarar  $Z_{bc} = 0$ ,  $L_2 = \infty$  motsvarar  $Z_{bc} = R_2$  och en mellan punkt  $L_2 = R_2/\omega$  ger oss

$$Z_{bc} = \frac{jR_2^2}{R_2 + jR_2} = R_2 \frac{j}{1+j} = R_2 \frac{1+j}{2} \quad (24)$$

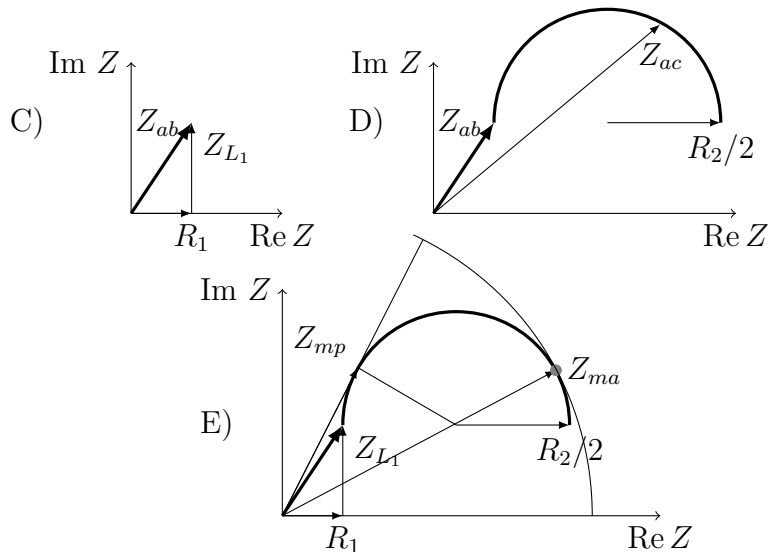
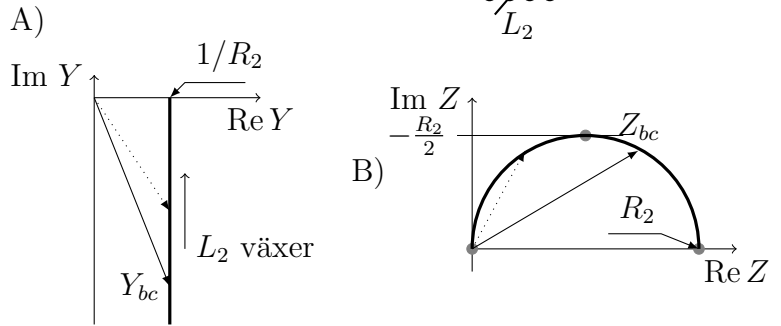
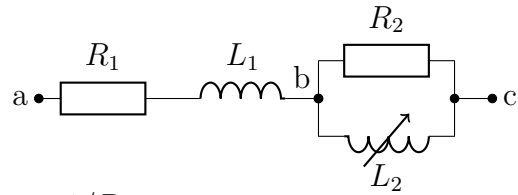
Dessa tre punkter är markerade med en grå cirkel i figur B). Notera också de två hjälplinjerna som vi introducerade punkten på x-axeln  $R_2$  och  $y = R_2/2$ . De tjocka linjerna i fig. A och B är **svaret**. Med ändpunkten på dessa linjer fås  $Y_{bc}$  och  $Z_{bc}$  när  $L_2$  varierar.

**2c-e)** Vi har börjar med att bestämma  $Z_{ab} = R_1 + j\omega L_1$ . Vi ritar in dem i Z-diagrammet nummer C till höger [**Svar c**]. Nu adderar vi vektorn  $Z_{ab}$  till halvcirkeln vi fann i figur B). Vi får figur D den tjocka linjen.  $Z_{ac}$  kan variera längs halvcirkeln som det inritade exemplet. **Svar d**.

I 2e)-uppgiften söker vi maximal amplitud och maximal fas. Vi använder att amplituden är avståndet till origo. Så om vi drar en cirkel kring origo, den största radien där cirkeln tangerar impedanskurvan är korrekt punkt, denna kallar vi  $Z_{ma}$ . Markerad här med en grå liten cirkel. Med lite trigonometri får vi att [**delsvar**]

$$|Z_{ma}| = \frac{R_2}{2} + \sqrt{(R_1 + R_2/2)^2 + (\omega L_1)^2}, \quad \arg Z_{ma} = \arctan \frac{\omega L_1}{R_1 + R_2/2} \quad (25)$$

Den maximala fasen när  $L_2$  varierar är den punkt på halvcirkeln som vars vektor från origo tangerar halvcirkeln med största möjliga vinkel (mellan vektorn och reella axeln). Punkten på halvcirkeln kallar



vi  $Z_{mp}$ . Vi hittar en rätvinklig triangel mellan tangenten till halvcirkeln och halvcirkelns radie. Utifrån denna får vi [**delsvar**]

$$|Z_{mp}| = \sqrt{(R_1 + R_2/2)^2 + (\omega L_2)^2 - (R_2/2)^2} = \sqrt{R_1^2 + R_1 R_2 + (\omega L_2)^2} \quad (26)$$

och

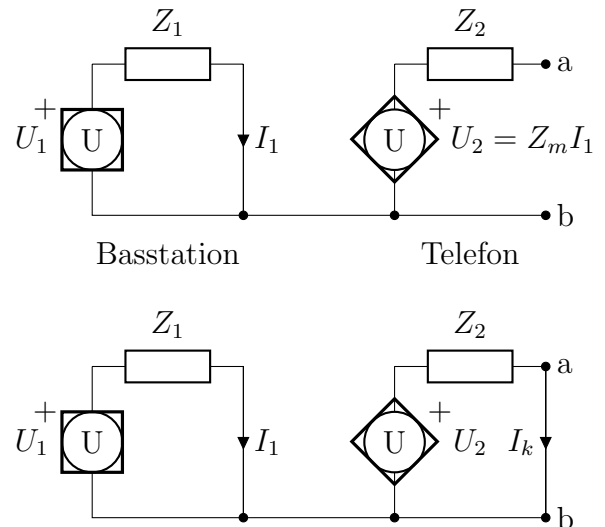
$$\arg Z_{mp} = \arcsin\left(\frac{R_2/2}{\sqrt{(R_1 + R_2/2)^2 + (\omega L_2)^2}}\right) + \arctan \frac{\omega L}{R_1 + R_2/2} \quad (27)$$

**3a)** Vi ska bestämma en tvåpol map ab. Vi börjar med att bestämma tomgångsspänningen  $U_0$ , mellan a och b. Den blir  $U_2$  eftersom det inte går en ström genom  $Z_2$ , men  $U_2$  beror på strömmen  $I_1$ , vi får därför att

$$I_1 = U_1/Z_1 \Rightarrow U_0 = U_{ab} = U_2 = U_1 \frac{Z_m}{Z_1} = \text{delsvar} \quad (28)$$

Kortslutningsströmmen blir  $I_k = U_2/Z_2$  och  $I_1$  förändras i detta fall *inte* av lasten. (Logiskt för antenner, men ovanlig vad det gäller kretsar). Vi får

$$I_k = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{Z_m I_1}{Z_2} = U_1 \frac{Z_m}{Z_2 Z_1} \quad (29)$$



Vi får nu den ekvivalenta impedansen  $Z_0 = U_0/I_k = Z_2$  [**delsvar**], och spänningen  $U_0$  som vi just räknat ut. Vi får alltså en Thévenin ekvivalent av formen i kretsen här nedan till höger.

**3b)** Hur ska belastningsimpedansen  $Z_L$  väljas för att få maximal aktiv impedans. Aktiv effekt med strömmar och spänningar i effektivvärdesskalan i lasten är  $P_r = \text{Re}(|I_L|^2 Z_L)$ .

Detta är ett känt fall vi ska välja  $Z_L = Z_0^* = Z_2^* = R_2 - jX_2$ . **Svar.** Läs P5.4.4 i Petersson. Vad hade hänt om vi bara fick variera lastens reella del?

**3c)** Vi har redan ett uttryck för  $P_r = \text{Re}(|I_L|^2 Z_L)$  där  $Z_L = Z_0^*$ , med  $Z_0 = Z_2 = R_2 + jX_2$  och

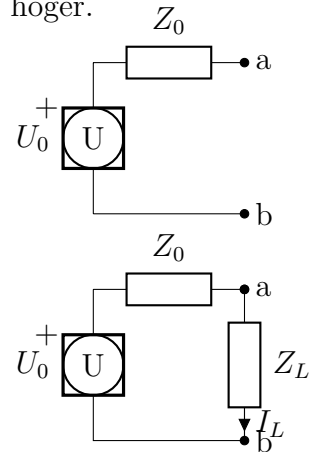
$$I_L = U_0 \frac{1}{Z_0 + Z_0^*} = \frac{U_0}{2R_2} = U_1 \frac{Z_m}{2Z_1 R_2} \Rightarrow P_r = R_2 |I_L|^2 = \frac{1}{4R_2} \left| \frac{U_1 Z_m}{Z_1} \right|^2 \quad (30)$$

Aktiv effekt i  $Z_1$  är

$$P_t = \text{Re}(U_1 I_1^*) = \text{Re}\left(\frac{|U_1|^2}{Z_1^*}\right) = \text{Re}\left(\frac{|U_1|^2 (R_1 + jX_1)}{(R_1^2 + X_1^2)}\right) = |U_1|^2 \frac{R_1}{|Z_1|^2}. \quad (31)$$

Vi får

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{1}{4R_2} \left| \frac{U_1 Z_m}{Z_1} \right| \frac{|Z_1|^2}{|U_1|^2 R_1} = \frac{|Z_m|^2}{4R_1 R_2} = \text{Svar} \quad (32)$$



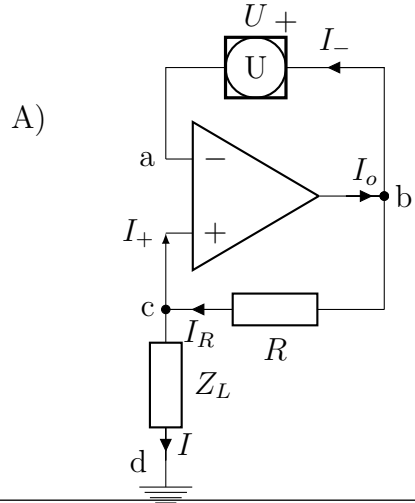
**4a,b)** De fyra noderna är jorden, som vi kallar nod d, samt nod a,b och c. Vi vet att  $V_d = 0$  samt  $V_a = V_c$  (virtuell jord). Genom potentialvandring mellan a och b får vi att  $V_a + U = V_b$ . Inför vi strömmen  $I_R$  får vi i potentialvandring från b till c att

$$V_b - RI_b = V_c \Rightarrow V_a + U - RI_R = V_c \quad (33)$$

Men vi fick ovan att pga virtuell jord att  $V_c = V_a$  så

$$U - RI_R = 0. I_R = \frac{U}{R} = \text{Svar} \quad (34)$$

**Svar a**  $V_a = V_c = V_b - U, V_d = 0$ .



**4c,d)** I en ideal op-amp har vi  $I_- = I_+ = 0$ . Vi får KCL i nod c som  $I_R = I + I_+$ , dvs  $I = I_R$ , [**delsvar**] och som vi visat ovan är  $I_R$  oberoende av lasten  $Z_L$ .

I punkten b har vi KCL  $I_o = I_R + I_- = I_R$  dvs hela strömmen levereras av den aktiva operationsförstärkaren. [**delsvar**]

En ideal spänningskälla levererar spänningen oavsett vilken ström som går igenom den. En ideal strömkälla levererar samma ström oavsett vilken spänning som går igenom den. Operationsförstärkarkretsen som är kopplad till lasten (och till jord) levererar en ström  $I$  och eftersom  $I$  är oberoende av vilken last vi lägger på mellan cd liknar den en ideal strömkälla i det området som strömmen kan levereras på detta sätt. Naturligtvis kan opampen endast leverera denna ström så länge operationsförstärkarens matarspänning kan leverera strömmen  $I_o$ . Dvs kopplingen är ideal, tills vi ramlar utanför modellområdet där vi kan få en godtycklig  $I_o$ , vilket kommer att ske när den konstanta matarspänningen,  $U_m$  är större toppspänningen av  $I_o Z_L$ , dvs  $\sqrt{2}|I_o Z_L|$ . Så upp till denna gräns fungerar kretsen som en ideal strömgenerator. Där efter får vi klippningar av opampen:s utsignal. [**Svar d**]

**4e)** Bestäm  $U_{ut}/U_{in}$ . Här har vi att  $V_- = V_+$  virtuell jord, och eftersom  $V_+ = 0$  får vi att  $V_- = 0$ . Potentialvandra från b till a till -. Vi observerar att  $V_b = V_-$ . Vi får

$$V_b + U_{in} - IR = V_- \Rightarrow U_{in} = RI. \quad (35)$$

Vi vet att det inte går några strömmar in i  $\pm$ -ingångarna. Dvs strömmen genom spolen är  $I_L = I$ . Potentialvandra från - till op-ampens utgång ned till jord:

$$V_- - Ij\omega L - U_{ut} = 0 \Rightarrow U_{ut} = -j\omega LI \quad (36)$$

Om vi nu använder uttrycket för  $I$  från (35) får vi

$$U_{ut} = -\frac{U_{in}}{R} j\omega L \Rightarrow \frac{U_{ut}}{U_{in}} = -\frac{j\omega L}{R} \quad (37)$$

Detta kommer att vara ett lågpas filter. Notera att operationsförstärkaren kommer att klippa för stora ut signaler (ut signaler större än matarspänningen).

**4f)** Inimpedansen blir  $Z_{in} = U_{in}/I$ , men  $I = U_{in}/R$  vi får  $Z_{in} = R$ . **Svar.**

