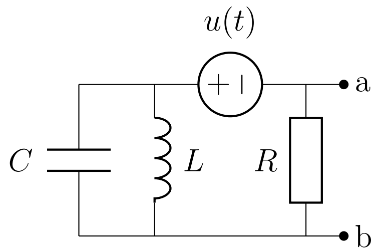
Tentamen i Elkretsanalys för EI1110 del 1, 11-10-19, kl:14-19

Hjälpmedel: Papper och penna. **Endast en** uppgift per blad. Examinator: Lars Jonsson
Godkänt om (A ≥25%)&(B ≥25%)&($A+B$ ≥50%). Namn och personnummer på varje blad.

Del A – Växelström

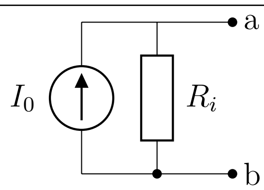
1) [5pt] Kretsen består av en växelspänningskälla med vinkelfrekvensen ω. Låt $u(t)$ motsvara den komplexa spänningen U.
a) Bestäm en komplex Norton tvåpol map ab. Dimensionskontrollera uttrycken.
b) Låt $U = U_0 e^{j\pi}$, och antag att $\omega^2 LC > 1$ och att $U_0 > 0$. Bestäm amplituden och fasen på kortslutningsströmmen från a till b.



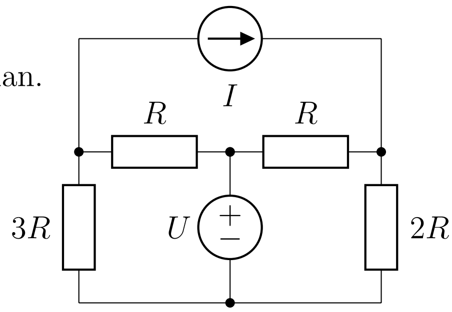
2a) [3p] Låt $U = 2e^{j\pi/3}$V, $Z = (1+j)\Omega$, $I = U/Z$. Bestäm stömmens amplitud och fas. Rita spänningen och strömmen i det komplexa talplanet och markera vinklar och amplituder. Vilken ligger först, strömmen eller spänningen? Ledning: alla storheter är angivna i topvärdesskalan.

Del B – Likström

2b) [1p] Vilken last ska kopplas mellan ab för att få maximal effektutveckling i lasten.

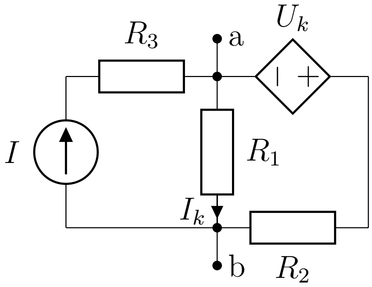


3) [5pt] Bestäm maskströmmarna, samt levererad effekt i spänningskällan.



4) [5p] Ett standard AA Nickel-Kadmium 1,5V batteri med 1000 mAh används för att driva en mp3-spelare. Läckströmmen när den är avstängd är 0,75mA, och, om en mp3-fil spelas är strömmen 100mA.
a) Hur mycket energi i Joule kan batteriet leverera till mp3-spelaren. (Antag att spänningen mellan batteriets polerna vid drift är 1,2V).
b) Bestäm mp3-spelarens lastresistans när mp3-filerna spelas (se batteriet som en Thévenin-krets med inre resistans R_i och mp3-splearen som en resistiv last R_L.

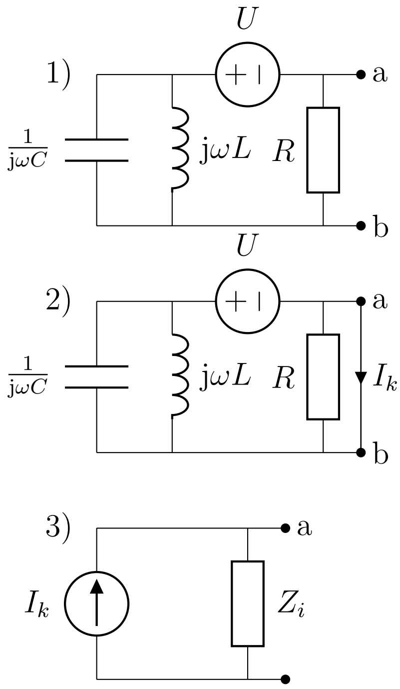
5) [5p] Här är $U_k = kI_k$. Bestäm en Thévenintvåpol med avseende på ab. Svaret får endast innehålla de kända storheterna: I, R_1, R_2, R_3, k.



Lösningsförslag till Tentamen i Elkretsanalys för EI1110 del 1, 20111019

Examinator: Lars Jonsson

Del A – Växelström



1 EI1110) Vi behöver Nortonkällans ström (kortslutningsströmmen från a till b se figur 2) I_k och dess inre impedans Z_i kopplade enligt figur 3) nedan.

Z_i: Kretsen har endast en fri källa, nollställer vi den får vi

$$Z_i = Z_{ab} = R//(j\omega L)//\frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega LR}{R(1-\omega^2 LC)+j\omega L} \tag{1}$$

Dimensionskontroll $[\omega L] = \Omega$, $[\omega C] = \Omega^{-1}$, $[R]$=Ω. Vi får

$$[Z_i] = \Omega = VL,\ HL = \frac{\Omega^2}{\Omega(1+\Omega\cdot\Omega^{-1})+\Omega} = \Omega \tag{2}$$

Höger led och vänster led stämmer överens. **(delsvar)**.

I_k: Kortslutningen av den passiva grenen med R innebär att R faller bort det går ingen ström genom den. Vi får (icke-passiv konvention)

$$I_k = \frac{-U}{j\omega L//\frac{1}{j\omega C}} = -\frac{U(1-\omega^2 LC)}{j\omega L} = \frac{U(\omega^2 LC - 1)}{j\omega L} \tag{3}$$

Dimensionskontroll av strömmen:

$$[I_k] = A = VL,\ HL = \frac{V(1-\Omega\Omega^{-1})}{j\omega L} = \frac{V}{\Omega} = A \tag{4}$$

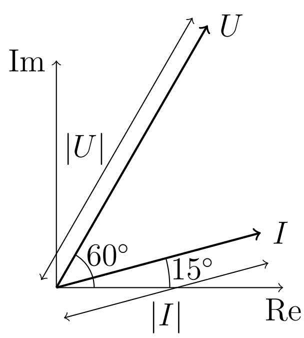
Höger led och vänster led har samma dimension. **(delsvar)**

Vi får strömamplituden och fasen till:

$$|I_k| = \frac{|U||1-\omega^2 LC|}{\omega L} = \frac{(\omega^2 CL-1)U_0}{\omega L} > 0,$$
$$\arg I_k = \arg(\omega^2 LC - 1) + \arg(U_0 e^{j\pi}) - \arg(j\omega L) = 0 + \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}.\ \left(= \frac{-3\pi}{2}\right) \tag{5}$$

Då $\omega^2 LC > 1$. Noter att vinklarna α, α' där $\alpha' = 2\pi + \alpha$, båda pekar i samma riktning i komplexa talplanet.

2a EI1110) Vi har



$$I = \frac{U}{Z} = \frac{2e^{j\pi/3}}{1+j}. \Rightarrow |I| = \frac{2}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2},$$
$$\arg I = \frac{\pi}{3} - \arg 1+j = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}. \tag{6}$$

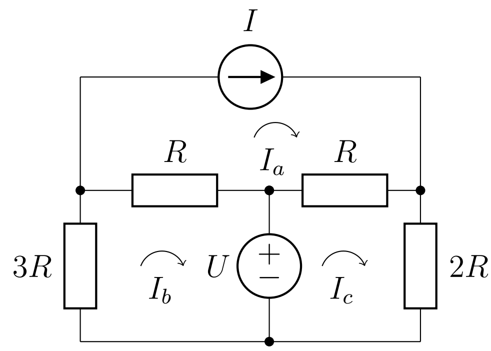
Lasten är induktiv så strömmen ligger efter spänningen, vilket också kan ses i diagrammet.

Del B – Likström

2b EI1110) Svar, lasten resistansen R_L ska väljas lika stor som den intre resistansen: $R_L = R_i$.

---

3 EI1110) Vi har tre maskor a,b,c, med motsvarande maskströmmar I_a, I_b, I_c markerade i figuren. Vi får $I_a = I$ **(delsvar)**. För maska b: (KVL) **(delsvar)**



$$-3RI_b - R(I_b - I) - U = 0 \Rightarrow I_b = \frac{RI - U}{4R} \tag{7}$$

För maska c: **(delsvar)**

$$U - R(I_c - I) - 2RI_c = 0 \Rightarrow I_c = \frac{U + RI}{3R} \tag{8}$$

Levererad effekt är (aktiv konvention) **(delsvar)**

$$p = U(I_c - I_b) = U(\frac{U + RI}{3R} - \frac{RI - U}{4R}) = \frac{U}{12R}(7U + I). \tag{9}$$

---

4 EI1110) a) Vi har likström, då gäller att effekten $p = ui$ =konstant. Så energin blir $w = \int_0^T p\mathrm{d}t = (ui)T$. Här har vi Ti = 1000mAh=1Ah. $u = 1,2$V vilket ger $w = 1,2$Wh. 1Wh = 3600Ws=3600J. Dvs w=1,2*3600=3600+720=4320≈ 4,3kJ. **Svar a.**

Vi har en last R_L (mp3-spelaren) och en inre resistans R_i. Spänningsdelning ger

$$U_{mp3} = U_{tom}\frac{R_L}{R_i + R_L} \Rightarrow (U_{tom} - U_{mp3})R_L = U_{mp3}R_i \Rightarrow R_L = \frac{U_{mp3}}{U_{tom} - U_{mp3}}R_i = \frac{1,2}{1,5 - 1,2}R_i = 4R_i$$

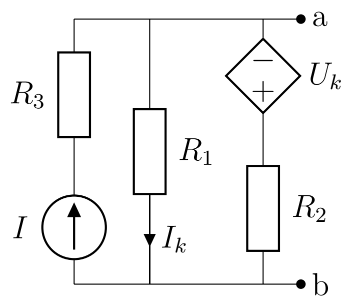
Vidare vet vi att det går en ström I =100mA=0,1A vid spelandet av en mp3-fil. Vi får

$$I = \frac{U_{tom}}{R_L + R_i} = \frac{U_{tom}}{5R_i} \Rightarrow R_i = \frac{U_{tom}}{5I} = \frac{1,5}{0,5} = 3\Omega, \tag{10}$$

Vilket ger $R_L = 4R_i = 12\Omega$ **Svar b)**.

---

5 EI1110) Vi börjar med att rita om kretsen för att tydliggöra dess form. Observera att den beroende källan gör att vi måste bestämma tomgångsspänningen U_{ab} och kortslutningsströmmen I_N för att få den inre resistansen som $R_i = U_{ab}/I_N$.



Vi börjar med tomgångspänningen: Ett idealt tal för nodanalys. Vi jordar i b och väljer okänd potential i a: V_a. Vi får:

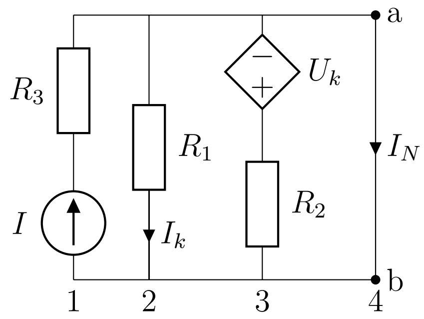
$$-I + \frac{V_a}{R_1} + \frac{V_a + U_k}{R_2} = 0. \tag{11}$$

Då $I_k = V_a/R_1$ och den beroende okända spänningen $U_k = kI_k = kV_a/R_1$. Om vi sätter in detta i ovanstående ekvation får vi:

$$-I + \frac{V_a}{R_1} + \frac{V_a + kV_a/R_1}{R_2} = 0 \Rightarrow V_a(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{k}{R_1R_2}) = I \Rightarrow V_a = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + k}I \tag{12}$$

Vi får tomgångsspänningen $U_{ab} = V_a - 0 = V_a$.

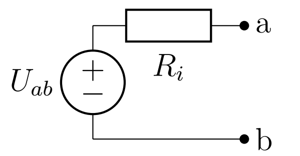
Vi söker kortslutningsströmmen, I_N mellan a och b, se figur. Vi noterar att noderna a och b har nu samma potential. Om vi tittar på strömmarna i respektive gren 1,2,3,4: I gren 1 går strömmen I, i gren 2 har vi noll i potential skillnad, och därför $I_k = 0$, i gren 3 är nu $U_k = kI_k = 0$V och vi får därför att en potentialvandring över gren tre ger att strömmen är noll. Dvs KCL innebär att $I_N = I$. Vi kan nu bestämma den inre resistansen som



$$R_i = \frac{U_{ab}}{I_N} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + k}. \tag{13}$$

Resistansen ovan och tomgångspänningen

$$U_{ab} = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + k} \tag{14}$$



utgör de två komponenterna i Thévenin 2-polen, kopplade enligt figur nedan tillhöger. **(Svar)**.