KTH EI1110 Elkretsanalys (CELTE), Tentamen 2015-03-18 kl 14–19

Tentan har 9 tal i 3 delar: två tal i del A (12p), två i del B (10p) och fem i del C (25p).

Hjälpmedel: Miniräknare samt en A4 sida, med studentens egna anteckningar.

Om inte annan information anges i ett tal, ska: komponenter antas vara idéala; angivna värden av komponenter (t.ex. R för ett motstånd, U för en spänningskälla, k för en beroende källa) antas vara *kända* storheter; och andra markerade storheter (t.ex. strömmen markerad i ett motstånd eller spänningskälla) antas vara *okända* storheter. Lösningar ska uttryckas i kända storheter, och förenklas. På så sätt vissas förståelse för problemet. Tänk på att er handstil måste vara tydlig för att lösning ska kunna bedömmas. Bonuspoäng som erhölls under del 2 gäller endast för del 2 (C). Var tydlig med diagram och definitioner av variabler.

Tips: Dela tiden mellan talen. Senare deltal brukar vara svårare att tjäna poäng på: fastna inte på dessa. Det hjälper, ofta, att rita om ett diagram för olika tillstånd eller med ersättningar eller borttagning av delar som inte är relevant till det sökta värdet. Då blir kretsen ofta mycket lättare att tänka på och lösa. Kontrollera svarens rimlighet genom t.ex. dimensionskoll eller alternativ lösningsmetod.

Räknande av betyg: Låt A, B och C vara de maximala möjliga poängen från delarna A, B och C i tentan, d.v.s. A=12, B=10, C=25. Låt a, b och c vara poängen man får i dessa respektive delar i tentan, eller (bara relevant till a och b) ersatt av eventuella bättre poäng i TEN1 eller KS1; och låt p vara bonuspoängen från del2 av kursen. Godkänd tentamen (och därigenom hel kurs) kräver:

$$\frac{a}{A} \geq 0{,}4 \quad \& \quad \frac{b}{B} \geq 0{,}4 \quad \& \quad \frac{c+p}{C} \geq 0{,}5 \quad \& \quad \frac{a+b+c+p}{A+B+C} \geq 0{,}5.$$

Betyget räknas också från summan över alla delar och bonuspoäng, d.v.s. sista termen ovan, med gränser (%) av 50 (E), 60 (D), 70 (C), 80 (B), 90 (A). Om tentan missade nivån för godkänd med liten marginal, på bara ett kriterium, så kan betyget Fx registreras, med möjlighet att få betyget E om ett kompletteringsarbete är godkänt inom några veckor efter tentamen.

Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044), Nathaniel Taylor

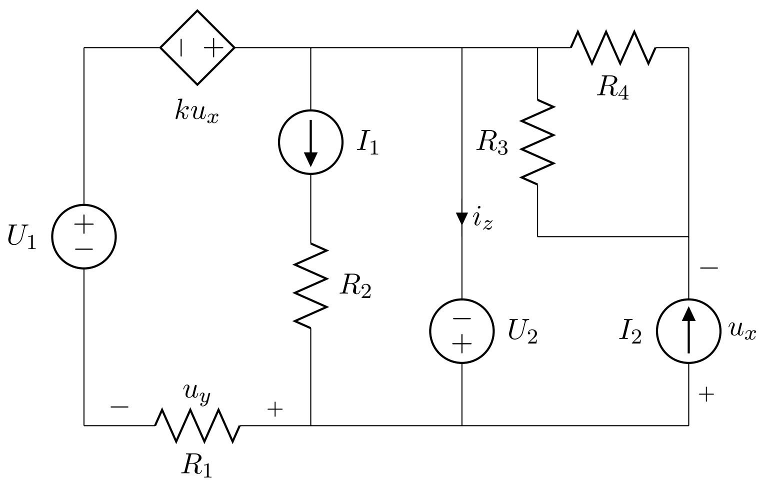
Sektion A. Likström

---

1) [7p]

a) [4p] Bestäm effekten som levereras till de följande komponenterna från kretsen: R_2, R_3, I_1, U_1.

b) [3p] Bestäm u_x, u_y och i_z.

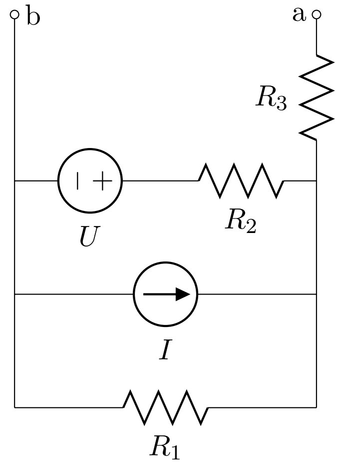


2) [5p] Låt $R_1 = R_2 = R_3 = R$, och $I = U/R$.
Bara U och R är kända storheter i detta tal.
Slutsvaren borde därför *inte* uttryckas i R_1, I, o.s.v.

a) [3p] Bestäm Theveninekvivalenten av kretsen, med avseende på polerna 'a' och 'b'. Rita upp ekvivalenten inklusiv polerna.

b) [1p] Ett motstånd R_x är nu ansluten till kretsen mellan polerna a-b. Vilket värde måste R_x ha (uttryckt i R och U) för att den maximalt möjliga effekten dras från kretsen till motståndet?

c) [1p] Hur mycket är maximaleffekten som levereras till motståndet i deltal 'b'?

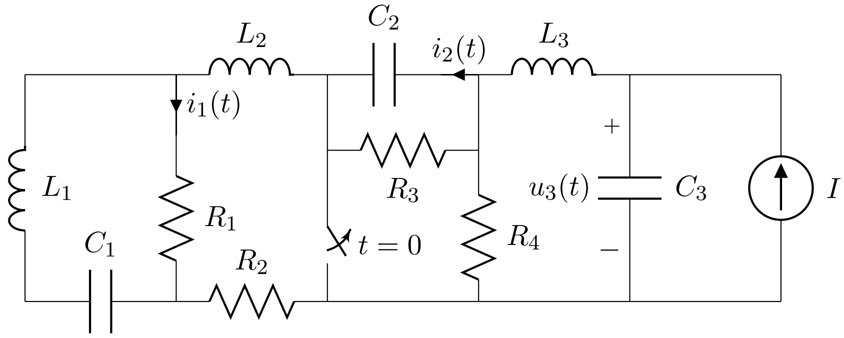


Sektion B. Transient

3) [5p]

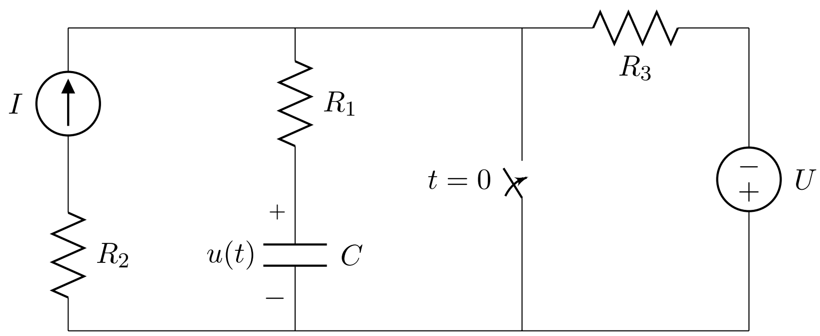
a) [2p] Betrakta jämvikten när $t \to \infty$, (brytaren öppen).
Bestäm $i_1(\infty)$ och $u_3(\infty)$.

b) [3p] Betrakta tiden $t = 0^+$, direkt efter brytaren slås av.
Bestäm $i_2(0^+)$ och $u_3(0^+)$.



4) [5p]

Bestäm $u(t)$, för $t > 0$.



Slut på del 1 (sektion A och B).

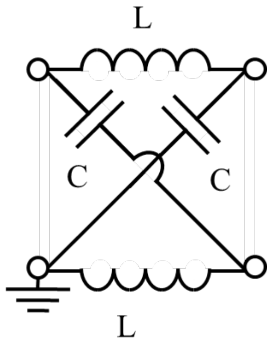
Sektion C. Växelström.

5) [7p]

a) [4p] För filtret nedan, bestäm överföringsfunktionen, $H(\omega) = \dfrac{V_{in}}{V_{ut}}$, och den vinkelfrekvensen, ω', som är av särskilt fysikaliskt intresse.
(Filtrets fungerar som vanligt från vänster till höger. Var försiktig med hur du definierar V_{in} och V_{ut}.)

b) [1p] Genom att studera hur förstärkningen, $|H(\omega)|$, beter sig för majoriteten av frekvenser, ge ett lämpligt namn på filtret genom att använda den nomenklaturen[1] som vi tidigare använt i kursen (”pass”/”stopp”).

c) [2p] Skissa hur filtret ändrar fasen på signalen, dvs. $\arg\{H(\omega)\}$.



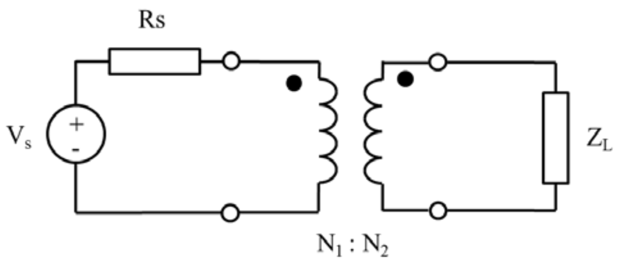
---

6) [5p] Nedan finns en krets i vilken en känd generator (V_S och R_S) är kopplad till en känd last (Z_L) genom en transformator.

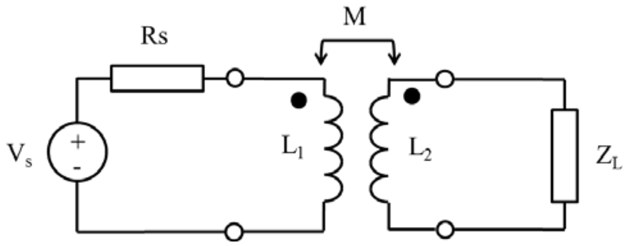
a) [2p] Antag ideell transformator (k = 1 och R_1 = 0). Härled den komplexa effekten som utvecklas i R_S om du då antas veta N_1 och N_2 om transformatorn. Uttryck den enbart i de kända storheterna.

---

[1] En **nomenklatur** (ursprungligen av latinets *nomen calo*, att 'genom namn sammankalla') är det system av termer och beteckningar som används inom ett fackområde [Wikipedia],

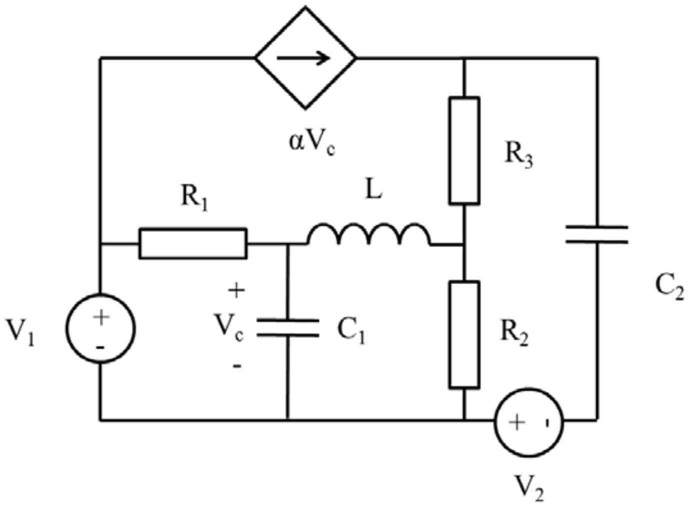


b) [3p] Antag en generell transformator (dvs. du antas då veta L_1, L_2 och M). Ställ upp de ekvationer och steg som behövs för att erhålla den komplexa effekten som utvecklas i R_S. Visa din plan på hur du skulle lösa problemet.



---

7) [5p] Ställ upp nodekvationerna på matris form (dvs på formen Ax=b). Alla källor ska antas vara tidsharmoniska växelströmskällor. Den slutgiltiga matrisekvationen (dvs Ax=b) ska innehålla ”jω” termer.

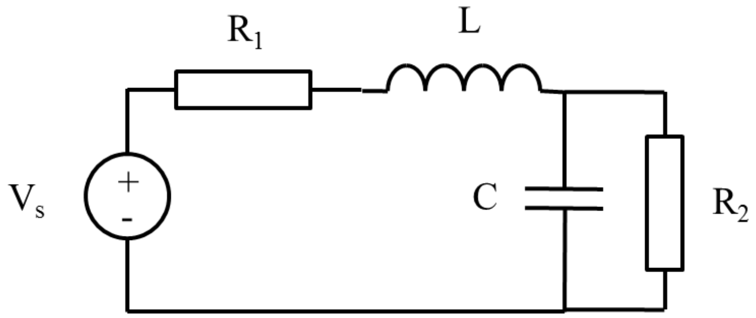


---

8) [4p] Antag att du har en given last, $Z_{last} = \frac{4}{3} - j\frac{2}{3}\ \Omega$. Över vilken komponent i nedanstående krets ska vi parallellkoppla Z_{last} för att då erhålla största möjliga aktiv effekt i denna?

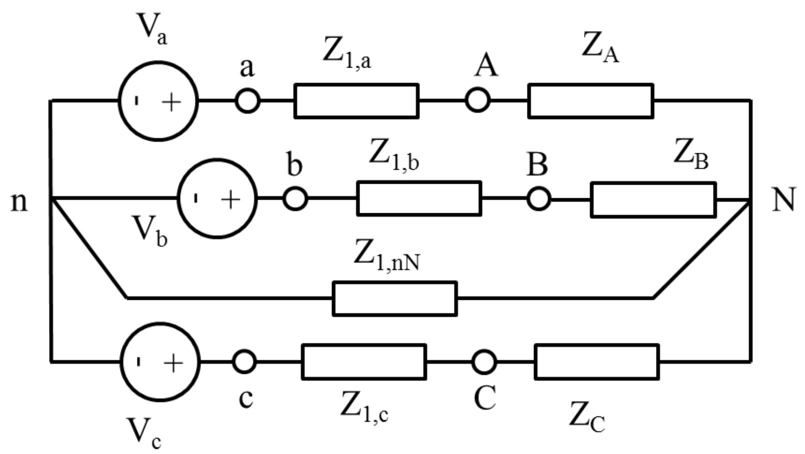
Använd följande värde:

$$R_1 = R_2 = 1\,\Omega\,,\; L = 2\;mH, C = 1\;mF$$
$$\omega = 1000\;rad/s$$



---

9) [4p] En trefaskälla är kopplad till en trefaslast enligt nedan, Ge det korrekta svaret på flervalsfrågorna:



a) [1p] I ett balanserat system är den komplexa effekten som utvecklas i återledaren ("nN"):

1) $|V_{AB}|^2/|Z_A|$
2) $3*|V_{AB}|^2/|Z_A|$
3) 0
4) $|V_{AB}|^2/|Z_A|+|V_{BC}|^2/|Z_B|+|V_{CA}|^2/|Z_C|$

b) [1p] I en fas i lasten kan den utvecklade aktiva effekten bli 0 om fasförskjutningen mellan ström och spänning är:

1) 0
2) π
3) π/2
4) aldrig

c) [1p] I ett balanserat system är fasförskjutningen mellan I_{aA} och V_{AN}:

1) 0°
2) -120°
3) 30°
4) Beror på lasten.

d) [1p] I ett balanserat system är förhållandet mellan amplituderna på generatorns fasspänningarna (dvs t.ex. mellan $|V_{an}|$ och $|V_{bn}|$):

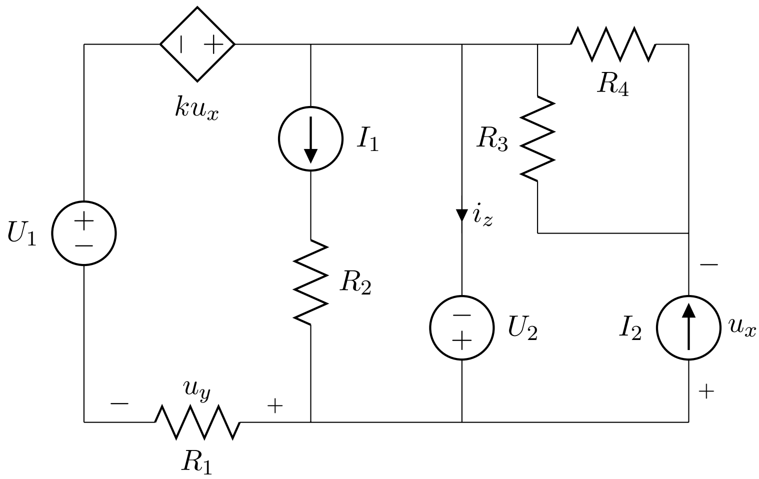
1) $\sqrt{3}$
2) 1
3) $1/\sqrt{3}$
4) Beror på ω.

KTH EI1110 Elkretsanalys (CELTE), Tentamen 2015-03-18 kl 14–19

Lösningar Solutions

Sektion A. Likström

1) [7p]



a) [4p] Find the power delivered *to*:

R_2 : $R_2 I_1^2$,

R_3 : $\left(\frac{I_2 R_4}{R_3+R_4}\right)^2 R_3$,

I_1 : $-I_1(U_2 + I_1 R_2)$,

U_1 :
By KVL, $i_{\text{U1}} = \frac{U_1+ku_x+U_2}{R_1}$ (out of +).

$P_{\text{U1}} = -i_{\text{U1}} U_1 = -U_1 \frac{U_1+U_2+k\left(U_2-I_2\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}\right)}{R_1}$, after substituting u_x, which is shown in part 'b'.

b) [3p] Find u_x, u_y and i_z.

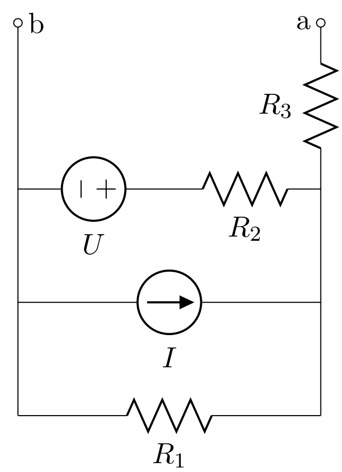
$u_x = U_2 - I_2 \frac{R_3R_4}{R_3+R_4}$, by KVL around the right-hand loop, with R_3 and R_4 combined.

$u_y = U_1 + ku_x + U_2 = U_1 + U_2 + k\left(U_2 - I_2\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}\right)$, by KVL around U_1, ku_x, U_2 and R_1.

$i_z = I_2 - I_1 + \frac{u_y}{R_1} = I_2 - I_1 + \frac{U_1+U_2+k\left(U_2-I_2\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}\right)}{R_1}$, by KCL below U_2.

---

2) [5p] Here, $R_1 = R_2 = R_3 = R$, and $I = U/R$.
Only U and R are known.



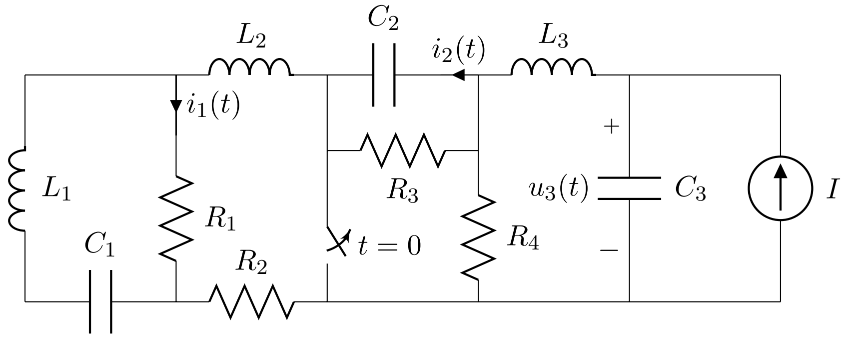
a) [3p] The Thevenin equivalent between 'a' and 'b' is a source $U_{\text{T}} = U$, in series with resistance $R_{\text{T}} = 3R/2$, with the + pole of the source towards terminal 'a'.
Superposition or nodal analysis is convenient for finding U_{T} from the open-circuit case, and it is easiest to find R_{T} by 'setting the sources to zero' as they are all independent sources.

b) [1p] The 'load resistance' for maximum power should be equal to the source resistance. Hence, $R_x = R_{\text{T}} = 3R/2$.

c) [1p] With this R_x connected, a power $P = \frac{U_{\text{T}}^2}{4R_{\text{T}}} = \frac{U^2}{6R}$ is delivered to it.

Sektion B. Transient

3) [5p]



a) [2p] Final equilibrium.
(Draw a diagram to help yourself think!)

$i_1(\infty) = I\frac{R_4}{R_1+R_2+R_3+R_4}$,

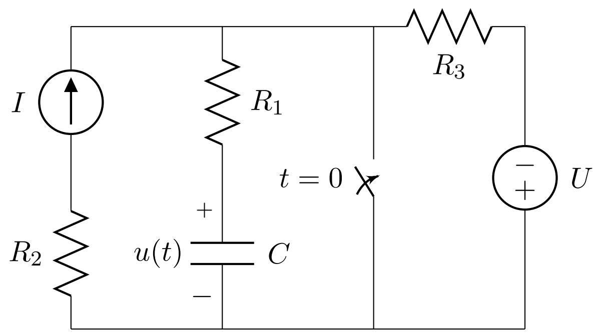
$u_3(\infty) = I\frac{R_4(R_1+R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}$.

b) [3p] Just after the switch opens.

$i_2(0^+) = -I\frac{R_4}{R_3+R_4}$, by continuity in L_1, L_2 and C_2.

$u_3(0^+) = u_3(0^-) = I\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}$, by replacing all C and L with open and short.

4) [5p] Find $u(t)$, for $t > 0$.



Initial condition:
$u(0^+) = u(0^-) = IR_3 - U$.

Final condition: $u(\infty) = 0$.

Time-constant: $\tau = CR_1$.

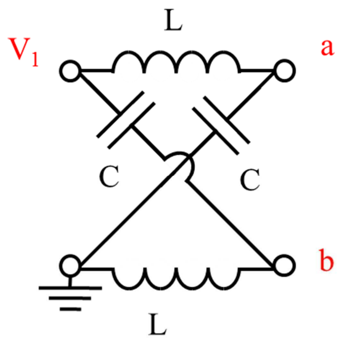
Equation: $u(t) = (IR_3 - U)\,\mathrm{e}^{-t/CR_1}$, for $t > 0$.

Sektion C. Växelström.

5) [7p]

a) [3p] (**På tentan hade tryckfelsnisse varit framme och givetviss definieras överföringsfunktionen såsom** $H(\omega)=V_{ut}/V_{in}$).

Eftersom referenspunkten redan är utsatt så börjar vi med att definiera insignalen såsom $V_{in}=V_1-0=V_1$. Filtrets överföringsfunktion kan erhållas genom nodanalys i noderna ”a” och ”b” och vi får utsignalen såsom $V_{ut}=V_a-V_b$ (dvs vi kan inte ta V_{ut} såsom V_b enbart).



Nodanalys ger:

$$\begin{cases} \dfrac{V_a-V_1}{j\omega L}+\dfrac{V_a-0}{1/(j\omega C)}=0 \Leftrightarrow V_a\left(\dfrac{1}{j\omega L}+j\omega C\right)-V_1\dfrac{1}{j\omega L}=0 & (1) \\ \dfrac{V_b-V_1}{1/(j\omega C)}+\dfrac{V_b-0}{j\omega L}=0 \Leftrightarrow V_b\left(j\omega C+\dfrac{1}{j\omega L}\right)-V_1 j\omega C=0 & (2) \end{cases}$$

Genom att ta (1)-(2) får vi:

$$(V_a-V_b)\left(\frac{1}{j\omega L}+j\omega C\right)-V_1\frac{1}{j\omega L}-(-V_1 j\omega C)=0 \Leftrightarrow$$

$$(V_a-V_b)\left(\frac{1}{j\omega L}+j\omega C\right)=V_1\left(\frac{1}{j\omega L}-j\omega C\right) \Leftrightarrow$$

$$\frac{(V_a-V_b)}{V_1}=\left(\frac{V_{ut}}{V_{in}}=H(\omega)\right)=\frac{\left(\dfrac{1}{j\omega L}-j\omega C\right)}{\left(\dfrac{1}{j\omega L}+j\omega C\right)}=\left(H(\omega)\cdot\frac{j\omega L}{j\omega L}\right)=\frac{(1+\omega^2 LC)}{(1-\omega^2 LC)}$$

(detta ger 2p)

Ur detta utryck ser vi att vid $\omega = 1/\sqrt{LC} = \omega'$ har vi en resonans ($H(\omega = \omega') = \dfrac{1+1}{1-1} \to \infty$).

(Även $\omega = -1/\sqrt{LC}$ ger detta men negativa frekvenser är inte fysikaliskt realiserbar.)
(detta ger 1p)

---

b) [1p] Förstärkningen ges av $|H(\omega)| = \dfrac{|1+\omega^2 LC|}{|1-\omega^2 LC|}$.

För låga frekvenser har vi $|H(\omega \approx 0)| = \dfrac{|1+0|}{|1-0|} = 1$ och för höga frekvenser har vi

$|H(\omega \to \infty)| = \left|\dfrac{\dfrac{1}{\omega^2 LC}+1}{\dfrac{1}{\omega^2 LC}-1}\right| \to \left|\dfrac{0+1}{0-1}\right| \to 1$. Faktum är att förutom runt resonsfrekvensen ligger förstärkningen runt 1. Dvs. förutom vid resonansen passerar alla signaler igenom med oförändrad amplitud och man kallar ett sådant filter ”*all-pass*”. (Dock ser vi nedan att fasen kan ändras…)
(detta ger 1p)

---

c) [2p] Fasändringen av insignalen ges av:

$$\arg\{H(\omega)\} = \arg\left\{\frac{1+\omega^2 LC}{1-\omega^2 LC}\right\}.$$

Sen har vi också att $\begin{cases} \arg\{1\} = 0 \\ \arg\{-1\} = \pi \end{cases}$

För låga frekvenser får vi:

$$\arg\{H(\omega)\} = \arg\left\{\frac{1+0}{1-0}\right\} = \arg\{1\} = 0$$

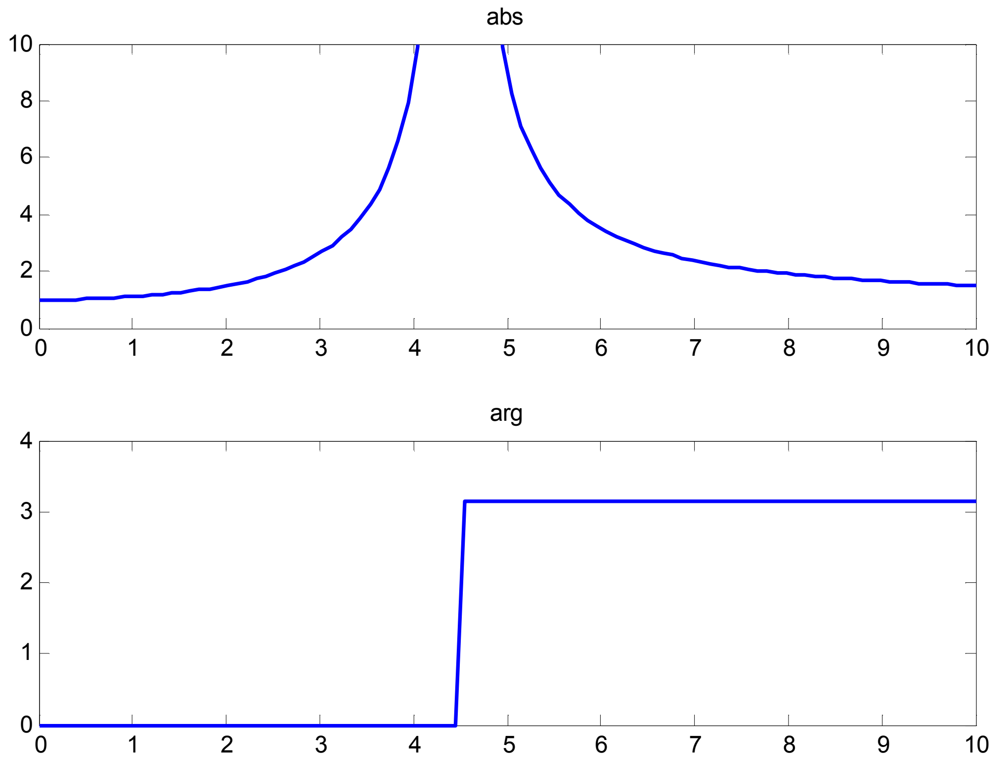
(detta ger 1p)

och för höga frekvenser får vi:

$$\arg\{H(\omega)\} = \arg\left\{\frac{\dfrac{1}{\omega^2 LC}+1}{\dfrac{1}{\omega^2 LC}-1}\right\} \to \arg\{-1\} = \pi$$

(detta ger 1p)

(Dvs. vår insignal ändrar tecken vid resonansen.)

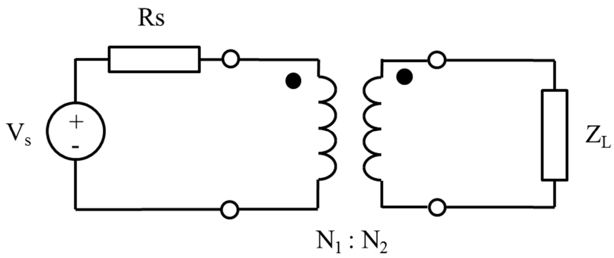


Figur 1, här är LC = 0.05 --> 1/sqrt(LC) =4.47.... Förstärkning går verkligen mot 1 om man går mot noll och oändligheten vilket man ser om man ändrar skalan.

Obs, om man använder Laplacetransformer (dvs. $s = j\omega$) så måste man minnas att man har ett "j" med i termerna också om man sätter in för att rita förstärkningen och fasen vid vissa vinkelfrekvenser. Om man använder "s" och direkt sätter in "s" som sin frekvens i uttrycken får man en annorlunda form. Detta eftersom man då missar att man egentligen har $s^2 = (i\omega)^2 = -\omega^2$

---

6) [5p] Nedan finns en krets i vilken en känd generator (V_S och R_S) är kopplad till en känd last (Z_L) genom en transformator.
a) [2p]



Vi har en ideell transformator (k = 1 (L_1, L_2 och M stora) samt R_1 =inre resistans = 0). Vi vet antalet lindningsvarv på primär- och sekundersidan så vi kan beräkna omsättningstalet:

$n = \dfrac{N_2}{N_1}$ och därmed kan vi säga att in-impedansen sett in i primärsidan ges av:

$$Z_{in} = \frac{Z_L}{n^2} = Z_L\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

KVL på primärsidan ger då:

$$+V_s - I_1(R_s + Z_{in}) = 0 \Leftrightarrow I_1 = \frac{V_s}{(R_s + Z_{in})}$$

(detta ger 1p)

Den komplexa effekten som utvecklas i R_S får vi nu som (i effektivvärdesskalan (RMS)) såsom:

$$S_{Rs} = V_{Rs}I_{Rs}^* = R_sI_{Rs}I_{Rs}^* = R_sI_1I_1^* = R_s|I_1|^2 = R_s\left|\frac{V_s}{(R_s + Z_{in})}\right|^2 =$$

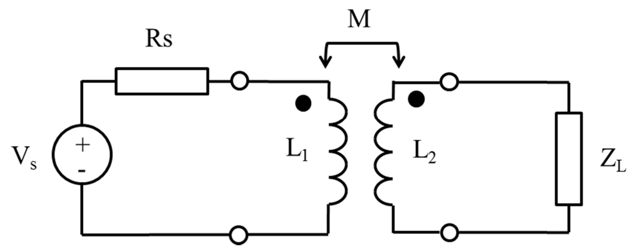
$$= R_s\frac{|V_s|^2}{\left|R_s + Z_L\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\right|^2}$$

(detta ger 1p)

Därmed har vi uttryck den komplexa effekten i de kända storheterna.

---

b) [3p] I detta fall antar vi att vi kopplar en generell transformator till den kända generatorn samt lasten.



För att lösa detta behöver vi veta strömmen som går genom R_S och därmed gör vi spänningsvandringar på primär- och sekundärsidan. V_1 och V_2 är spänningsfallen över primär- och sekundärsidan, respektive. Med V_S såsom den är i figuren kommer strömmen I_1 att gå in i punkten och vi sätter upp det då så att I_2 också gör det på sekundärsidan. Därmed får vi samverkande flöden.

$$\begin{cases} +V_s - I_1R_s - V_1 = 0 \\ -Z_LI_2 - V_2 = 0 \end{cases} \quad \text{och därtill har vi} \quad \begin{cases} V_1 = j\omega L_1I_1 + j\omega MI_2 \\ V_2 = j\omega L_2I_2 + j\omega MI_1 \end{cases}$$

Eftersom vi valde/satte strömmarna som vi gjorde får vi "+" (samverkande flöden). Vi kan nu sätta in detta i våra ekvationer från KVL och får:

$$\begin{cases} +V_s - I_1R_s - (j\omega L_1I_1 + j\omega I_2M) = 0 \\ -Z_LI_2 - (j\omega L_2I_2 + j\omega I_1M) = 0 \end{cases}$$

Ur detta system kan vi algebraiskt lösa ut både I_1 och I_2 som funktioner av de kända storheterna, dvs L_1, L_2, M samt V_S, R_S och Z_L.

(detta ger 2p)

Sedan kan vi få den komplexa effekten som utvecklas i R_S såsom:

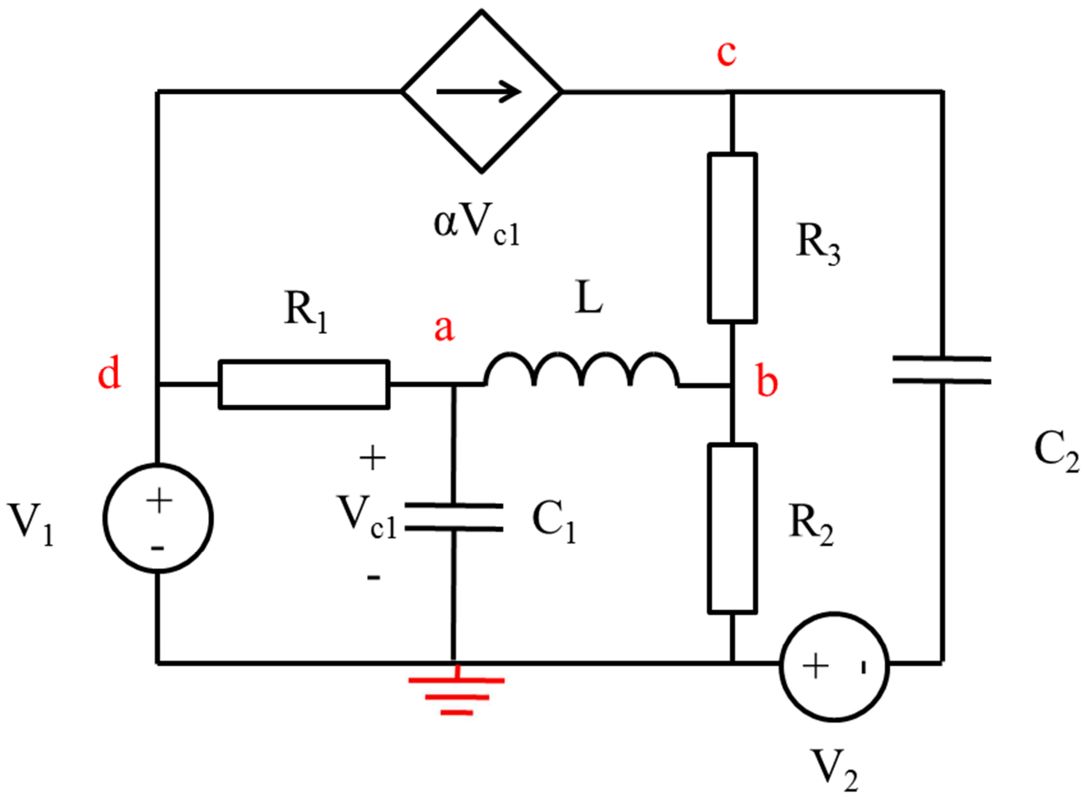
$$S_{Rs} = V_{Rs} I_{Rs}^* = R_s I_{Rs} I_{Rs}^* = R_s I_1 I_1^* = R_s |I_1|^2$$

Denna är nu uttryckt i enbart kända storheter.

(detta ger 1p)

---

7) [5p] Vi letar efter en matrisekvation där ”A” är admittansmatrisen och har enheten [1/Ω] = [S(iemens)], ”x” är vår nodspänningskolumnvektor och har enheten [V] och ”b” är vår källkolumnvektor som då måste ha enheten [A]. Vi väljer vår referenspunkt och sätter ut lite noder. Vi ser då att spänningen över kapacitansen, V_{c1} egentligen är $V_{c1} = V_a - 0 = V_a$ (här ändrade jag till ”V_{c1}” för att inte förvilla med nodspänningen ”V_c”) samt att nodspänningen $V_d = V_1$.
Nodanalys i de föreslagna noderna ger:



$$\begin{cases} \dfrac{V_a - V_1}{R_1} + \dfrac{V_a - 0}{1/(j\omega C_1)} + \dfrac{V_a - V_b}{j\omega L} = 0 \text{ (ut ur nod "a")} \\ \dfrac{V_b - V_a}{j\omega L} + \dfrac{V_b - 0}{R_2} + \dfrac{V_b - V_c}{R_3} = 0 \text{ (ut ur nod "b")} \\ \dfrac{V_c - V_b}{R_3} - \alpha V_a + \dfrac{V_c - (-V_2)}{1/(j\omega C_2)} = 0 \text{ (ut ur nod "c")} \\ \dfrac{V_1 - V_a}{R_1} + \alpha V_a + i_x = 0 \text{ (ut ur nod "d")} \end{cases}$$

(Eftersom, $V_d = V_1$ behövs egentligen inte sista ekvationen för att bestämma nodspänningarna men för att göra något meningsfullt med resultatet behöver vi veta strömmen genom V_1.)

Här är i_x den ström som går från nod ”d” genom spänningskällan till jord. Observera också hur strömmen från nod ”c” genom C_2 går till vår referens (jord) över källan V_2. Man skulle kunna ha definierat ännu en nod efter C_2, ”e”, och tagit $\dfrac{V_c - V_e}{1/(j\omega C_2)}$ och sen löst ut med en kort spänningsvandring från jord till denna nod ”e”, dvs. $0 - V_2 = V_e \Leftrightarrow V_e = -V_2$. Här gjorde vi det direkt (det kallas som sagt att skapa en ”supernod”).

Samlar vi nu alla termer och flyttar över de kända källorna får vi fås:

$$\begin{cases} V_a\left(\dfrac{1}{R_1} + j\omega C_1 + \dfrac{1}{j\omega L}\right) - V_b \dfrac{1}{j\omega L} = V_1 \dfrac{1}{R_1} \\ V_b\left(\dfrac{1}{j\omega L} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) - V_a \dfrac{1}{j\omega L} - V_c \dfrac{1}{R_3} = 0 \\ V_c\left(\dfrac{1}{R_3} + j\omega C_2\right) - V_b \dfrac{1}{R_3} - \alpha V_a = -V_2 (j\omega C_2) \\ V_a\left(\alpha - \dfrac{1}{R_1}\right) + i_x = -V_1 \dfrac{1}{R_1} \end{cases}$$

En dimensionskontrol gör att vi ser att på högersidan har vi enbart [V]/[Ω] = [A] och eftersom alla termerna till vänster är [A] direkt (bara i_x) eller [V]/[Ω] = [A] så är det i alla fall inte fel på dimensionerna (men vi kan som sagt från en dimensionskontroll inte säga om det hela är rätt). Vi har fyra stycken okända variabler (V_a, V_b, V_c samt i_x) och vi har fyra stycken ekvationer och vi ställer upp det på den efterfrågade formen (Ax=b):

$$
\begin{bmatrix}
\left(\frac{1}{R_1}+j\omega C_1+\frac{1}{j\omega L}\right) & -\frac{1}{j\omega L} & 0 & 0 \\
-\frac{1}{j\omega L} & \left(\frac{1}{j\omega L}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) & -\frac{1}{R_3} & 0 \\
-\alpha & -\frac{1}{R_3} & \left(\frac{1}{R_3}+j\omega C_2\right) & 0 \\
\left(\alpha-\frac{1}{R_1}\right) & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ i_x \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} V_1\frac{1}{R_1} \\ 0 \\ -V_2(j\omega C_2) \\ -V_1\frac{1}{R_1} \end{bmatrix}
$$

(detta ger 1p)

---

8) [4p] I uppgiften är det tänkt att bestämma var man ska koppla sin last Z_L. Givetviss kan man också koppla lasten över själva källan Vs och erhåller faktiskt då mest effekt, men det var inte tanken här. Men eftersom man kan tolka ordet ”komponent” att även innehålla källan (detta borde ha förtydligats i texten) så kommer detta val att också kunna ge maximalt poäng om det motiverats tillräckligt.

Vi börjar med att bestämma några användbara impedanser:

$$Z_1 = j\omega L + R_1 = ... = 1 + j2$$

$$Z_2 = \frac{\frac{1}{j\omega C_2}R_2}{\frac{1}{j\omega C_2}+R_2} = ... = 1/2 - j1/2$$

Om vi kopplar Z_L parallellt med R_1 får vi spänningen över $Z_L//R_1$ till att bli (spänningsdelning):

$$V_1 = V_S \frac{\frac{Z_L R_1}{Z_L + R_1}}{\frac{Z_L R_1}{Z_L + R_1} + j\omega L + Z_2} = ... \approx (0.16 - 0.31j)V_S = X_1 V_S$$

Den aktiva effekten som utvecklas i Z_L blir nu:

$$S_1 = V_1(I_L)^* = V_1\left(\frac{V_1}{Z_L}\right)^* = |V_1|^2 / Z_L^* = |V_S|^2 |X_1|^2 / Z_L^* \rightarrow$$

$$P_1 = \mathrm{Re}\{S_1\} = ... \approx \mathrm{Re}\left\{(0.07 - 0.04i)|V_S|^2\right\} = 0.07|V_S|^2\ W$$

(detta ger 1p)

Om vi placerar Z_L parallellt med induktansen L får vi spänningen över $Z_L//j\omega L$:

$$V_2 = V_S \frac{\dfrac{Z_L j\omega L}{Z_L + j\omega L}}{\dfrac{Z_L j\omega L}{Z_L + j\omega L} + R_1 + Z_2} = \ldots = \left(\frac{1}{2} + j\frac{1}{6}\right)V_S = X_2 V_S$$

$$S_2 = V_2 (I_L)^* = V_2\left(\frac{V_2}{Z_L}\right)^* = |V_2|^2 / Z_L^* = |V_S|^2 |X_2|^2 / Z_L^* \rightarrow$$

$$P_2 = \mathrm{Re}\{S_2\} = \ldots = \mathrm{Re}\left\{\left(\frac{1}{6} - j\frac{1}{12}\right)|V_S|^2\right\} = \frac{1}{6}|V_S|^2 \ W$$

(detta ger 1p)

När vi parallellkopplar över induktansen R_2 eller kapacitansen C får vi samma spänning och sen samma effektutveckling:

$$V_3 = V_S \frac{\dfrac{Z_L Z_2}{Z_L + Z_2}}{\dfrac{Z_L Z_2}{Z_L + Z_2} + Z_1} = \ldots = -j\frac{2}{9}V_S = X_3 V_S$$

$$S_3 = V_3 (I_L)^* = V_3\left(\frac{V_3}{Z_L}\right)^* = |V_3|^2 / Z_L^* = |V_S|^2 |X_3|^2 / Z_L^* \rightarrow$$

$$P_3 = \mathrm{Re}\{S_3\} = \ldots \approx \mathrm{Re}\left\{(0.03 - 0.02j)|V_S|^2\right\} \approx 0.03|V_S|^2 \ W$$

Därmed är det bäst att här koppla vår last över spolen för då utvecklas mest aktiv effekt i lasten.
<u>Förutom som sagt att koppla över själva källan (se nedan).</u>

(detta ger 2p)

Om man in uppgiften visar på förståelse i de olika stegen utan att räkna ut de exakta siffrorna erhålls ändå en del poäng.

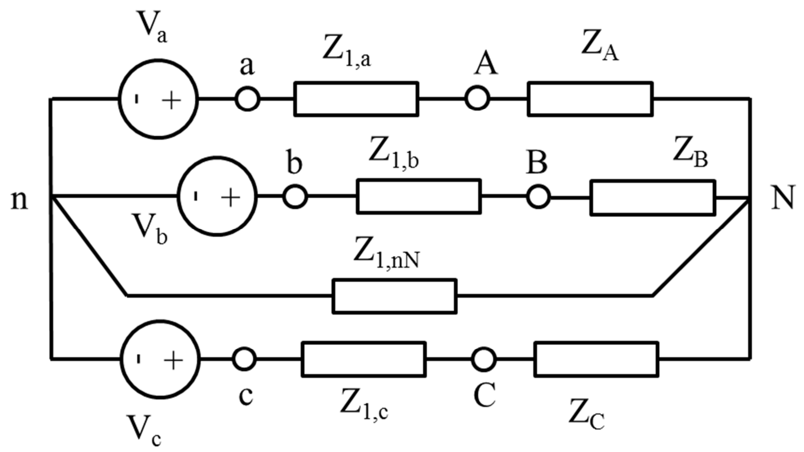
Om vi då kopplar lasten parallellt över källan får vi (med siffervärdena här).

$$S_4 = V_4 (I_L)^* = V_4\left(\frac{V_4}{Z_L}\right)^* = |V_4|^2 / Z_L^* = |V_S|^2 / Z_L^* \rightarrow$$

$$P_4 \approx \mathrm{Re}\left\{\left(\frac{3}{5} - \frac{3}{10}j\right)|V_S|^2\right\} = 0.6|V_S|^2 \ W$$

---

9) [4p] För dessa frågor behöver man inte motivera sina svar men här så ger jag förklaringen.



a) [1p] I ett balanserat system är den komplexa effekten som utvecklas i återledaren (”nN”) noll eftersom $V_{nN} = 0$ och det flyter därmed ingen ström i återledare och det utvecklas inte någon effekt.

~~1) $|V_{AB}|^2/|Z_A|$~~
~~2) $3*|V_{AB}|^2/|Z_A|$~~
3) 0
~~4) $|V_{AB}|^2/|Z_A|+|V_{BC}|^2/|Z_B|+|V_{CA}|^2/|Z_C|$~~

(detta ger 1p)

b) [1p] I en fas i lasten kan den utvecklade aktiva effekten bli 0 om fasförskjutningen mellan ström och spänning är $\pi/2$ eftersom den aktiva effekten har en cosinus term ($P = |S|\cos(\theta)$). Observera att den reaktiva effekten ($Q = |S|\sin(\theta) = |S|$ som är $\neq 0$ (om $|S| \neq 0$)).

~~1) 0~~
~~2) π~~
3) π/2
~~5) aldrig~~

(detta ger 1p)

c) [1p] I ett balanserat system är fasförskjutningen mellan I_{aA} och V_{AN} beroende på lasten eftersom spänning som utvecklas över lasten är beroende på strömmen genom den och impedansen av lasten. Om lasten är rent resistiv kommer spänningen över den följa strömmen (som i resistorn i första labben i del 2) och om den är komplex ($Z = R \pm jX$) kommer den ge en viss fasförskjutning jämtemot strömmen.

~~1) 0°~~
~~2) -120°~~
~~3) 30°~~
~~6)~~ **Beror på lasten.**

(detta ger 1p)

d) [1p] I ett balanserat system är förhållandet mellan amplituderna på generatorns fasspänningarna (dvs t.ex. mellan $|V_{an}|$ och $|V_{bn}|$) 1 annars skulle inte $|\mathbf{V_a}|=|\mathbf{V_b}|=|\mathbf{V_c}|= V_m$ (del ur villkoret att $\mathbf{V_a}+\mathbf{V_b}+\mathbf{V_c} = 0$) vilket är ett krav i ett balanserat system.

~~1) √3~~
2) 1
~~3) 1/√3~~
~~4) Beror på ω.~~

(detta ger 1p)