Tentamen: EI1102/EI1100 Elkretsanalys, 2015-05-11 kl 10–15

Hjälpmedel: *Ett* A4-ark med studentens anteckningar (båda sidor).

Svar får anges på svenska eller engelska. Tentan har 3 tal i del A (15p), och 3 tal i del B (15p).

Tentatillfället (maj 2015) är ett undantag, för studenter med behov av kursen för senare kursval, eller för Fx-kompletterande av delar av tentan. Därför skriver inte alla studenter hela tentan, utan får vissa tal och därför också mindre tid.

Om inte annan information anges, är komponentvärden (t.ex. R_x för ett motstånd, I_x för en oberoende strömkälla, g, k, osv för en beroende källa) givna (kända) storheter, medan markerade storheter (t.ex. en nodpotential, eller spänning över ett motstånd, eller en ström i en spänningskälla eller i en nod) är okända.

Läs varje tal noggrant **innan du försöker svara**.
Tänk på att **använda återstående tid till att kolla igenom varje svar**: man kan göra dimensionsanalys, rimlighetsbedömning (t.ex. "är det rätt att y går ner medan x går ner?"), och lösning genom en alternativ metod. Lösningar ska **förenklas** om inte annat är specificerat.
Satsa inte för mycket tid på bara en uppgift om du fastnar: ta hänsyn till poängvärden på uppgifterna, och att man måste få 25% på delar A samt B, samt 50% över den hela. Det är ofta så att **senare** *del*tal är betydligt **svårare** än de första deltalen.

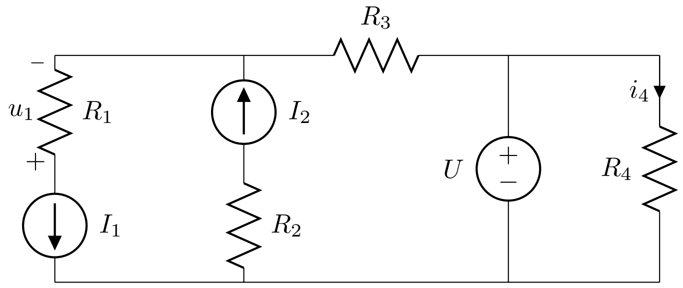
Examinator: Nathaniel Taylor

Del A. Likström och Transienter.

1) [5p]

a) [2p]
Bestäm spänningen u_1 och strömmen i_4.

b) [3p]
Bestäm effekten absorberad av R_3 och effekten levererad av källan U.

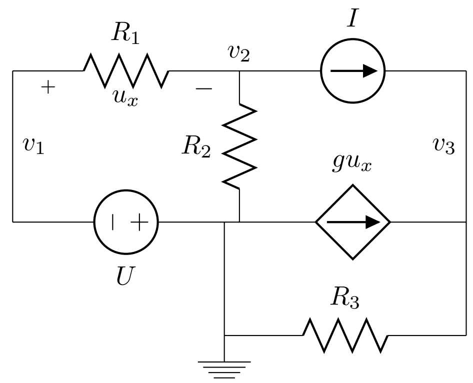


2) [5p]

Använd nodanalys för att skriva ekvationer som skulle kunna lösas för att få ut nodpotentialerna v_1, v_2 och v_3.

Du *måste inte lösa* ekvationerna, och *måste inte* skriva om dem i förenklad eller matris form. Men de måste innehålla all information som behövs för att lösa ekvationerna för alla nodpotentialerna.

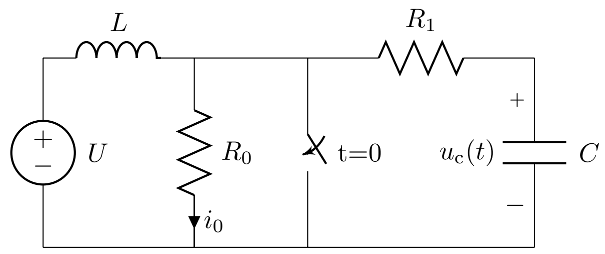
Du får införa flera okända variabler så länge du har tillräckligt många oberoende ekvationer för att få en lösning.



3) [5p]

a) [3p]
Bestäm i_0 och u_c vid jämvikten när brytaren är öppen, d.v.s. vid tid $t = 0^-$.

b) [2p]
Bestäm funktionen som beskriver spänningen $u_c(t)$ för tider $t > 0$. Observera att brytaren är en kortslutning vid denna tidsperiod, vilken förenklar lösningen.



Del B. Växelström

4) [5p]
En krets har nätverksfunktionen $H(\omega)$ enligt

$$H(\omega) = k\frac{(1+\mathrm{j}\omega/\omega_1)}{(1+\mathrm{j}\omega/\omega_2)(1+\mathrm{j}\omega/\omega_3)}.$$

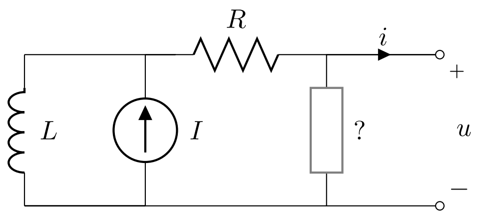
Skissa Bode amplituddiagram av $H(\omega)$, för två olika fall (två diagram), som beskrivs i deltal 'a' och 'b'. Markera viktiga punkter och lutningar, och använd dB-skalan.

a) [3p]
Fall 1: $\omega_1 \ll \omega_2 \ll \omega_3$, och $k = 0.1$.

b) [2p]
Fall 2: $\omega_2 \ll \omega_1 \ll \omega_3$, och $k = 1$.

---

5) [5p]



Strömkällan beskrivs av en komplex storhet I, som beskriver fasvektorn av en växelströmskälla med vinkelfrekvens ω.
I båda följande deltal, ska en tvåpolekvivalent bestämmas, för kretsen till höger, sett mellan polerna på höger sida (där spänningen u och strömmen i är markerad). Svaren måste visa diagram för ekvivalenten, med u och i markerade.

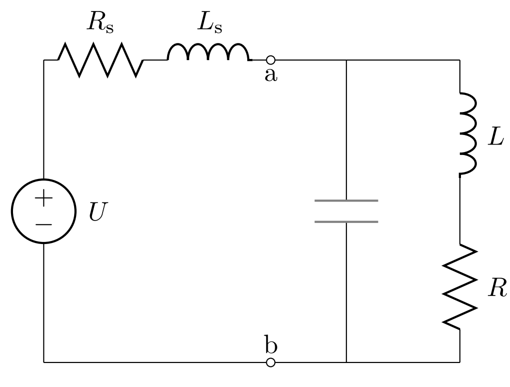
a) [3p]
Bestäm Theveninekvivalenten om komponenten '?' är en öppenkrets (med andra ord, den tas bort).

b) [2p]
Bestäm Nortonekvivalenten om komponenten '?' är en kondensator C.

(Råd: rit, försiktigt, ett diagram för varje deltal, och ersätt komponenten '?' på sättet beskriven i deltalet.)

---

6) [5p]



Kretsen till höger modellerar en elkälla (vänster), kopplad mellan två poler a & b (mitten) till en last.
Kondensatorn har ett okänt värde: låt oss kalla det för C.
Spänningskällan har vinkelfrekvens ω, och levererar en spänning beskriven av fasvektor U (en komplex storhet som visar storlek och fasvinkel). Komponenterna R_s och L_s modellerar impedansen av ledningarna till lasten. Lasten modelleras av L och R.

Kondensatorn ska väljas för perfekt effektfaktorkompensering av lasten, sett på polerna där lasten kopplas till källan. Med andra ord ska den komplexeffekten överfört från vänster till höger om polerna vara bara aktiveffekt.

a) [3p]
Vilket värde av kondensator C måste väljas för den specifierade effektfaktorkompenseringen? (Observera att lösningen beror på bara en andel av de kända komponentvärderna.)

b) [1p]
Vilken aktiveffekt levereras till lasten om kondensatorn inte finns (d.v.s., om $C = 0$)?

c) [1p]
Vilken aktiveffekt levereras till lasten om kondensatorns värde är enligt valet i deltal 'a'?

Solutions (EI1102, HT13, 2015-05-11)

Q1.

a) $u_1 = -I_1 R_1$, $\quad I_4 = U/R_4$. $\qquad$ **b)** $P_{\mathrm{R3}} = (I_1 - I_2)^2 R_3$, $\quad P_{\mathrm{U}} = U(I_1 - I_2 + U/R_4)$.

Q2. (For more detail: see 2014-01-15 EI1102 exam solution.)

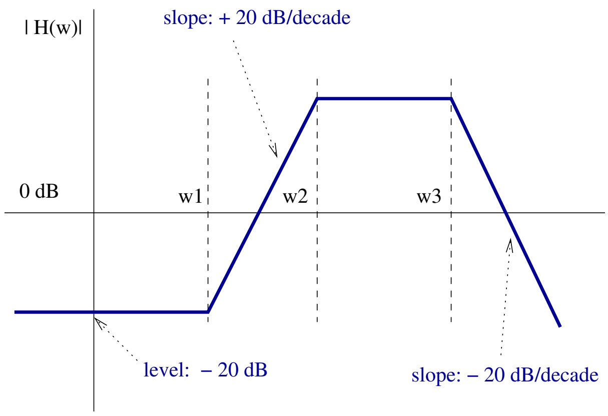
KCL (outgoing currents) at all nodes except ground: $-i_\alpha + \frac{v_1 - v_2}{R_1} = 0$, $\frac{v_2 - v_1}{R_2} + \frac{v_2}{R_2} + I = 0$, $-I - g u_x + \frac{v_3}{R_3} = 0$.

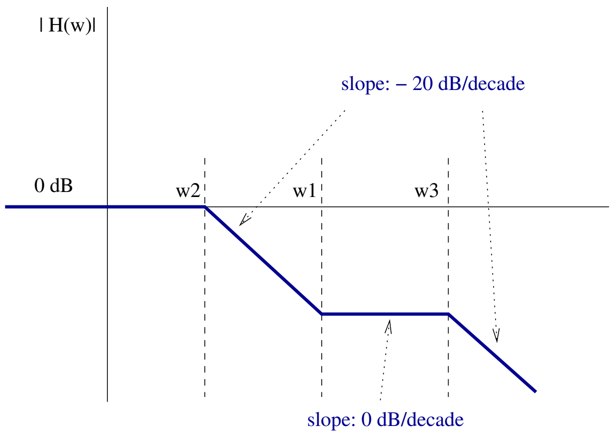
Define controlling variables: $u_x = v_1 - v_2$. Describe voltage source's requirement: $U = 0 - v_1$.

Q3.

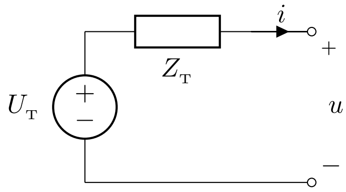
a) $i_0(0^-) = U/R_0$, $\quad u_c(0^-) = U$. $\qquad$ **b)** $u_c(t) = U\,\mathrm{e}^{-t/(CR_1)}$, $\quad t > 0$.

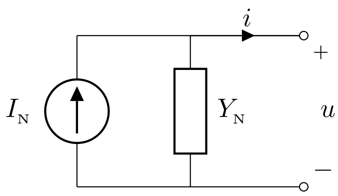
Q4. See diagrams below: solution **a)** at the left, and **b)** at the right.





Q5. Solutions are show below, for **a)** at the left, and **b)** at the right.
The Norton impedance Z_{N} is customarily shown as an admittance Y_{N}, but either choice is acceptable.





$$U_{\mathrm{T}} = \mathrm{j}\omega L I, \quad Z_{\mathrm{T}} = R + \mathrm{j}\omega L$$

$$I_{\mathrm{N}} = \frac{\mathrm{j}\omega L I}{R + \mathrm{j}\omega L}, \quad \frac{1}{Z_{\mathrm{N}}} = Y_{\mathrm{N}} = \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega L}$$

Q6.

a) One approach is just to write an expression for the impedance of R and L in series, with C in parallel with them, and then to choose C to make the imaginary part of this expression be zero. Another approach (which we will use here) is to find components $\bar{R}$ and $\bar{L}$ that when connected in parallel have the same impedance as R and L have in series. Perfect power-factor compensation, when the capacitor C is connected in parallel with these components, requires that C and $\bar{L}$ cancel each other (resonate). If we want to find the values of a parallel-connected equivalent, it's easiest to equate admittances: $\frac{1}{\bar{R}} + \frac{1}{\mathrm{j}\omega\bar{L}} = \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega L}$. This gives $\bar{R} = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R}$ and $\bar{L} = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 L}$, after equating real and imaginary parts. We need C to 'cancel' $\bar{L}$, i.e. to give equal and opposite reactive power to the reactive power of the RL load. Thus $C = 1/(\omega^2 \bar{L}) = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2}$.

b) Power with no capacitor present (simple series circuit): $|i_{\mathrm{R}}|^2 R = \left|\frac{U}{R + R_{\mathrm{s}} + \mathrm{j}\omega(L + L_{\mathrm{s}})}\right|^2 R$.

c) Power with full power-factor correction (remove R,L,C, replacing with $\bar{R}$ from part 'a'): $\left|\frac{U}{\bar{R} + R_{\mathrm{s}} + \mathrm{j}\omega L_{\mathrm{s}}}\right|^2 \bar{R}$.
To be strictly correct, we should then substitute the expression for $\bar{R}$ and simplify.