Kontrollskrivning i ei1110, Elkretsanalys – del 2 (2017-02-03, kl. 08-10)

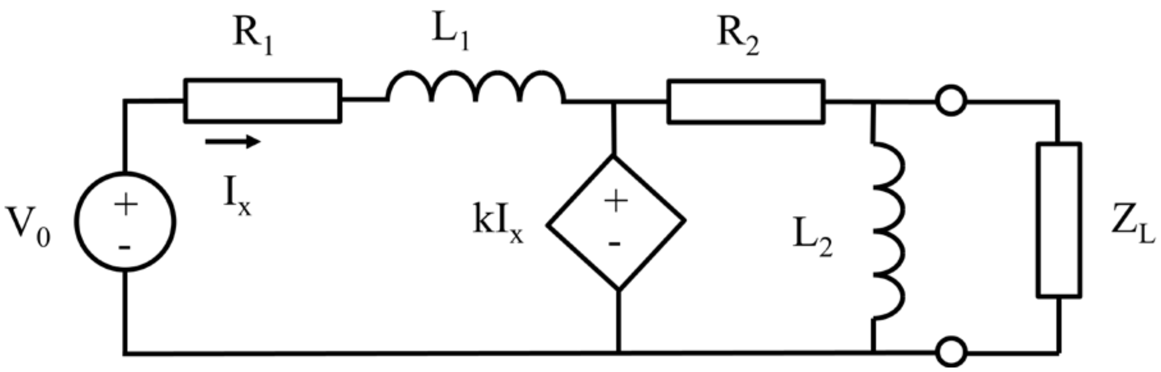
Hjälpmedel: inga.
Examinator: Daniel Månsson, tel. 08-790 9044.

Kontrollskrivningen har två tal på vardera tre poäng och dessa kan totalt ge 2 bonuspoäng till tentan enligt:
≤ 3 p. = 0 bp; 4 p. = 1 bp; ≥ 5 p. = 2 bp.

Viktigt, uttryck ekvationerna i kända storheter och förenkla innan ev. siffervärden sätts in. Då visas förståelse för problemet. Alla ev. ekvationer/variabler som ni behöver ta fram för att lösa problemet ska uttryckas i de storheterna som är givna i figuren och till sist förenklas så långt som är rimligt. Var tydlig med definitioner av ev. variabler och tänk på att er **handstil måste vara tydlig** för att lösningen ska kunna bedömmas och att **figur måste finnas**. Kontrollera svarens rimlighet genom t.ex. dimensionsanalys eller alternativ lösningsmetod.

---

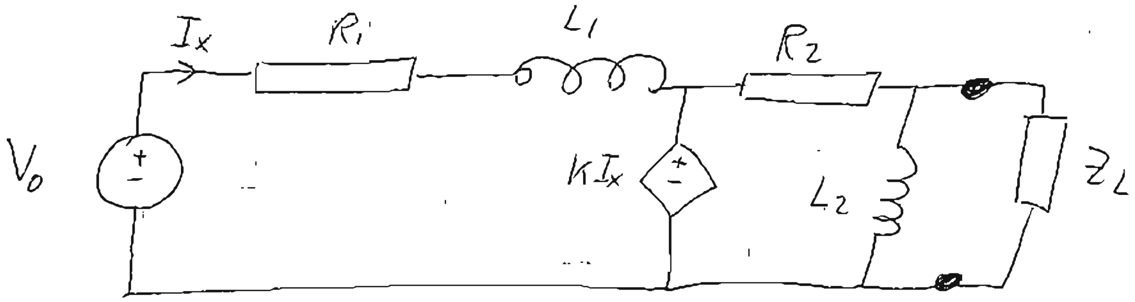
1. [3 p.] Bestäm Z_L, i nedanstående krets, för att maximalt med aktiv effekt ska utvecklas i Z_L. (V_0 är en växelströmskälla enligt $V_0 = A\cos(\omega t + \alpha)$.)



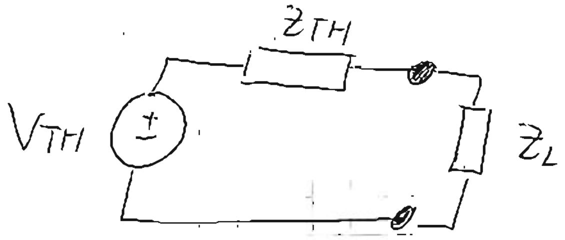
2. [3 p.] Visa att summan av de komplexa effekterna från alla komponenterna i kretsen är noll.

Lycka till!

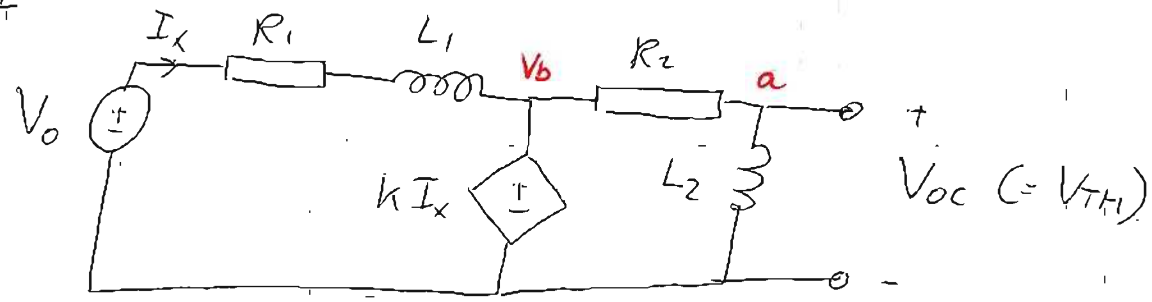
1) Aktiv effekt utvecklas som mest om Z_L väljs såsom Z_{TH}^*, där



$$\Downarrow$$



$\underline{V_{TH}}$:



(a) $$\frac{V_{oc}-V_b}{R_2} + \frac{V_{oc}-0}{j\omega L_2} = 0 \quad ; \quad V_b = kI_x$$

$$V_{oc}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{j\omega L_2}\right) = kI_x \frac{1}{R_2} \Longrightarrow$$

$$V_{oc} = kI_x \frac{j\omega L_2}{R_2 + j\omega L_2}$$

$$I_x = ?$$

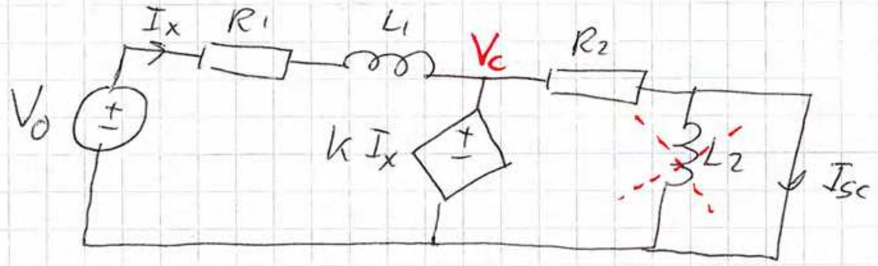
KVL $\Rightarrow$:

$$+V_0 - I_x R_1 - I_x j\omega L_1 - kI_x = 0$$

$$I_x = \frac{V_0}{R_1 + j\omega L_1 + k} \Rightarrow$$

$$V_{OC} = k\left(\frac{V_0}{R_1 + j\omega L_1 + k}\right)\frac{j\omega L_2}{R_2 + j\omega L_2}$$

I_{SC}: (kom ihåg att nu har mest troligen strömmar och nodspänningar ändrats!)



$(I_{L_2} = 0)$

$$I_{SC} = \frac{V_c - 0}{R_2} = \frac{kI_x}{R_2}$$

(som tidigare) $+V_0 - I_x(R_1 + j\omega L_1 + k) = 0$

$$\Rightarrow \quad I_{SC} = \frac{k}{R_2}\left(\frac{V_0}{R_1 + j\omega L_1 + k}\right)$$

$$Z_{TH} = V_{OC}/I_{SC} \Rightarrow$$

$$Z_{TH} = k\left(\frac{V_0}{R_1 + j\omega L_1 + k}\right)\frac{j\omega L_2}{R_2 + j\omega L_2} \cdot \frac{R_2(R_1 + j\omega L_1 + k)}{kV_0} =$$

$$= \frac{R_2 j\omega L_2}{R_2 + j\omega L_2} \quad (= R_2 // j\omega L_2)$$

$$Z_L = Z_{TH}^* = \left(\frac{R_2 j\omega L_2}{R_2 + j\omega L_2}\right)^* = \left(\frac{R_2 j\omega L_2 (R_2 - j\omega L_2)}{(R_2 + j\omega L_2)(R_2 - j\omega L_2)}\right)^* =$$

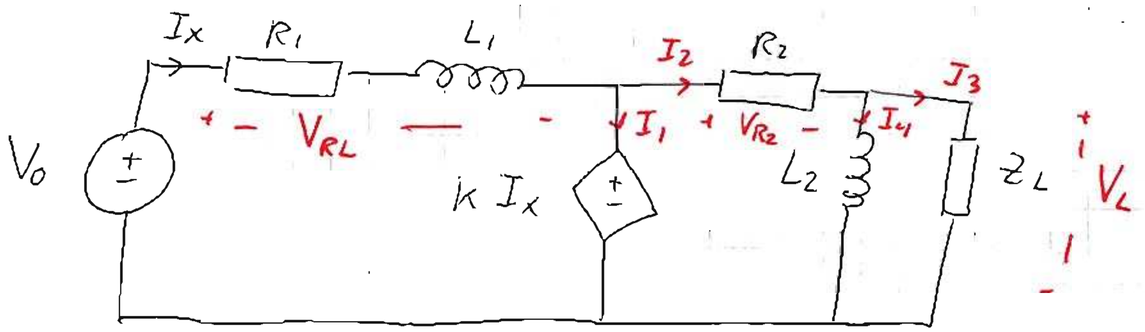
$$= \left(\frac{R_2^2 j\omega L_2 + R_2(\omega L_2)^2}{R_2^2 + (\omega L_2)^2}\right)^* =$$

$$= \frac{R_2(\omega L_2)^2}{R_2^2 + (\omega L_2)^2} - j\frac{R_2^2 \omega L_2}{R_2^2 + (\omega L_2)^2}$$

---

2) Visa att $\sum S_i = 0$.

Vi inför lite strömmar och spänningar:



KCL ger: $I_1 + I_2 - I_x = 0 \longrightarrow I_1 = I_x - I_2$

$I_4 + I_3 - I_2 = 0 \longrightarrow I_4 = I_2 - I_3$

$\sum S =$

$$-V_0 I_x^* + \underbrace{(V_0 - kI_x)}_{=V_{RL}} I_x^* + kI_x I_1^* + \underbrace{(kI_x - V_L)}_{=V_{R2}} I_2^* +$$

$$+ V_L I_4^* + V_L I_3^* =$$

$$-V_0 I_x^* + V_0 I_x^* - kI_x I_x^* + kI_x(I_x - I_2)^* + (kI_x - V_L)I_2^*$$

$$+ V_L(I_2 - I_3)^* + V_L I_3^* = 0$$

QED