KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, Kontrollskrivning (KS1) 2017-09-22 kl 08–10.

Hjälpmedel: Inga extra hjälpmedel är tillåtna.

Alla källor ska antas vara likströmskällor och beteckningar såsom V_0, I_1 etc. beskriver oftast amplituden hos dessa. Om ingen annan information ges ska komponenter antas vara ideala. Angivna värden hos komponenter (t.ex. R för ett motstånd, V för en spänningskälla) ska antas vara kända storheter och andra markerade storheter (t.ex. strömmen genom, eller spänningen över, ett motstånd) ska antas vara okända storheter. Antag **stationärt tillstånd**, dvs. lång tid efter alla komponenter har kopplats ihop. Några viktiga saker för att kunna få maximalt antal poäng:

- **Endast ett problem per sida** och text på baksidan kommer inte att beaktas.
- Tänk på att er handstil måste vara tydlig för att lösningen ska kunna bedömas. **Kan vi inte läsa, kan vi inte ge poäng!** Använd **inte rödpenna**.
- Lösningarna bör som oftast uttryckas i de kända storheterna och förenklas **innan** eventuella värden används. Därmed visas förståelse för problemet.
- **Ge alltid din krets** och var tydlig med diagram och definitioner av variabler. Tänk på hur du definierar polariteten och riktningen på de spänningar och strömmar du använder. **Använd passiv teckenkonvention**. Om det fattas figur med definierade variabler utsatta kan det bli **avdrag** vid tvetydighet.
- Därtill, dela tiden mellan talen och kontrollera svarens rimlighet genom t.ex. dimensionsanalys eller alternativ lösningsmetod.

Gränserna för bonuspoäng är: 50% (1 bp.), 60% (2 bp.), 70% (3 bp.), 80% (4 bp.). Ingen avrundning görs.

Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044)

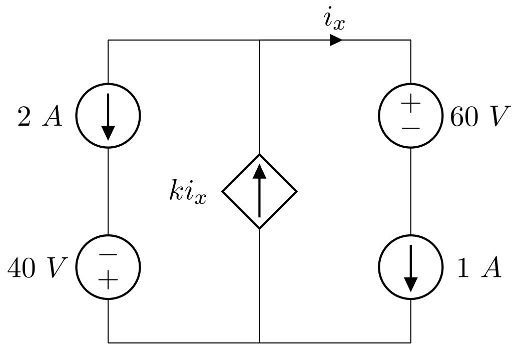
Lycka till och ta det lugnt!

Uppgift 1 [10 p.]

För kretsen här:

(a) [5 p.] Använd KVL samt KCL och visa att kretsen är en ”giltig uppkoppling” samt värdet k måste anta då.

(b) [5 p.] Antag att spänningsfallet över ki_x (från topp till botten) är 20 V, visa att summan av effekten från alla komponenter i kretsen är noll (dvs. att $\sum P = 0$ är uppfyllt). Du måste använda passiv teckenkonvention.

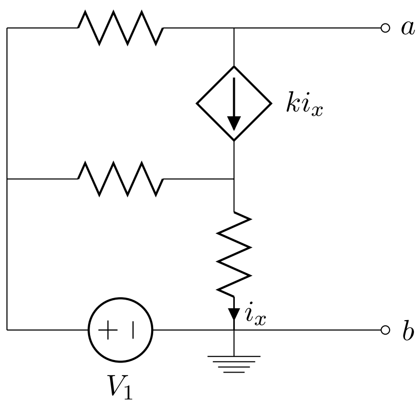


Uppgift 2 [10 p.]

För kretsen här:

(a) [8 p.] Bestäm, samt rita, Thevenin- och Nortonekvivalenten. Resistanserna har alla värdet R.

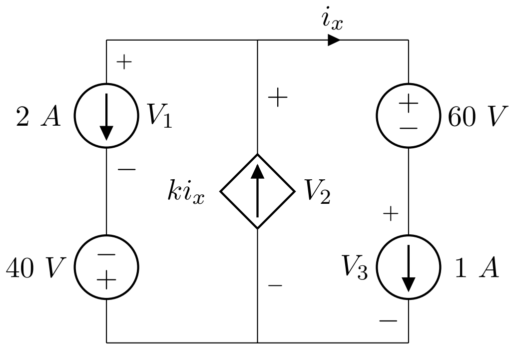
(b) [2 p.] Antag att du nu bara har tillgång till motstånd med resistansen $2R$, kan du då koppla ihop en last med dessa i vilken maximalt med effekt utvecklas. I så fall hur ska du koppla dem?



KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, Kontrollskrivning (KS1) 2017-09-22 kl 08–10 - lösningsförslag

---

Uppgift 1 [10 p.]



(1a) För att detta ska vara en giltig uppkoppling måste vi först kolla att spänningen över alla de tre parallellkopplade grenarna är samma. Vi definierar några spänningar och använder sedan KVL i de två looparna:

$$-V_1 + 40 + V_2 = 0 \tag{1}$$
$$-60 - V_3 + V_2 = 0 \tag{2}$$

Därmed får vi att $V_1 - 40 = 60 + V_3$ vilket går att uppfylla. Man kan säga att spänningen V_1 samt V_3 kan bli/vara sådana att de tillsammans med spänningskällorna uppfyller V_2. Nu ska vi se så KCL också är uppfylld (tittar på strömmarna ut ur noden):

$$-ki_x + i_x + 2 = 0 \tag{3}$$
$$i_x = 1 \tag{4}$$

Ur detta ser vi att $k = 3$ för att KCL ska vara uppfyllt.

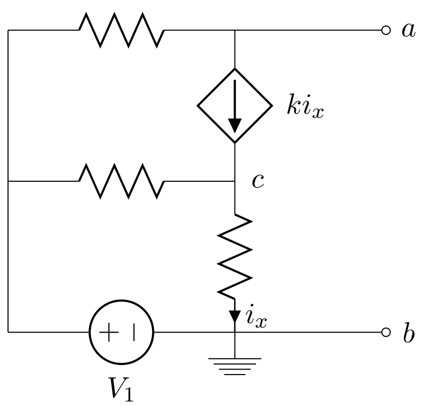
(1b) Vi får veta att $V_2 = 20\ V$ såsom definierat ovan vilket ger oss (ur KVL ovan) att $V_1 = 60\ V$ samt $V_3 = -40\ V$ (dvs V_3 är faktiskt riktad åt andra hållet...men vi bryr oss inte om det nu, resultaten blir samma). Vi tittar på den effekt som utvecklas (absorberas/förbrukas ($P > 0$)) eller levereras ($P < 0$)) i alla komponenter. Vi använder passiv konvention och minns hur tecknet på strömmen ändras om denna går ut ur "+" terminalen (dvs går in i "-" terminalen). Vi får:

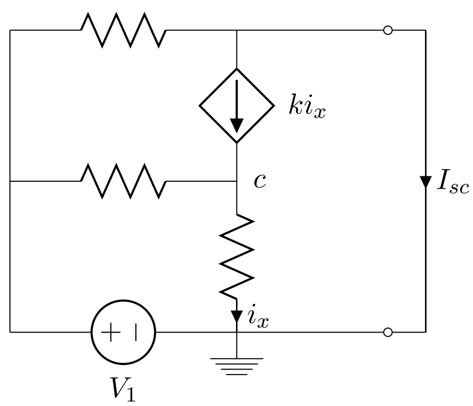
$$\sum P = V_1(2) + 40(-2) + V_2(-ki_x) + 60(1) + V_3(1) = \tag{5}$$

$$60 * 2 - 80 + 20(-3 * 1) + 60 + (-40) * 1 = 0 \tag{6}$$

Q.E.D

Uppgift 2 [10 p.]





(2a) För att kunna ge Thevenin- och Nortonekvivalenten så behöver vi veta V_{TH}, I_N samt R_{TH}. Vi börjar med V_{TH} och ser att $V_{TH} = V_{oc} = V_a - V_b = V_a$ och börjar med att göra en KCL i punkten c på strömmarna ut ur noden:

$$\frac{V_c - 0}{R} + \frac{V_c - V_1}{R} - kI_x = 0 \tag{7}$$

Vi ser att $i_x = \frac{V_c}{R}$ vilket ger efter insättning i ovan och omflyttning att:

$$V_c = \frac{V_1}{2 - k} \tag{8}$$

En KCL i a ger att:

$$\frac{V_a - V_1}{R} + kI_x = 0 \tag{9}$$

Om vi sätter in $i_x = \frac{V_c}{R} = \frac{V_1}{(2-k)R}$ i ovan får vi efter omflyttning att:

$$V_a = V_{TH} = V_1 \left(1 - \frac{k}{2 - k}\right) \tag{10}$$

Nu kortsluter vi utgången eftersom $I_{sc} = I_N$. Som tidigare så har vi $i_x = \frac{V_c}{R}$ och V_c vi får ur en KCL i c men denna blir faktiskt samma som ovan och vi får igen att $V_c = \frac{V_1}{2-k}$. En KCL i a (som nu har potentialen noll, dvs jordad) ger oss:

$$\frac{0 - V_1}{R} + kI_x + I_{sc} = 0 \rightarrow \tag{11}$$

$$I_{sc} = \frac{V_1}{R} - k\frac{V_c}{R} = \frac{V_1}{R} - k\frac{V_1}{2-k}\frac{1}{R} = V_1\left(1 - \frac{k}{2-k}\right)\frac{1}{R} = I_N \tag{12}$$

Vi får nu:

$$R_{TH} = V_{TH}/I_N = \frac{V_1\left(1 - \frac{k}{2-k}\right)}{V_1\left(1 - \frac{k}{2-k}\right)\frac{1}{R}} = R \tag{13}$$

(1b) För att maximalt med effekt ska utvecklas i en last R_{last} ska denna ha resistansen $R_{TH} = R$ och för att få denna med endast motstånd av värdet $2R$ kan vi t.ex. parallellkoppla två sådana:

$$R_{last} = \frac{2R * 2R}{2R + 2R} = \frac{4R^2}{4R} = R \tag{14}$$