

## KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, Kontrollskrivning (KS2) 2018-01-30 kl 13–15.

**Hjälpmedel:** Inga extra hjälpmedel är tillåtna.

Alla källor ska antas vara tidsharmoniska växelströmskällor om inget annat explicit anges och beteckningar såsom  $V_0, I_1$  etc. beskriver oftast amplituden hos dessa. Om ingen annan information ges ska komponenter antas vara ideala. Angivna värden hos komponenter (t.ex.  $R$  för ett motstånd,  $V$  för en spänningskälla) ska antas vara kända storheter och andra markerade storheter (t.ex. strömmen genom, eller spänningen över, ett motstånd) ska antas vara okända storheter. Antag **stationärt tillstånd**, dvs. lång tid efter alla komponenter har kopplats ihop.

Några viktiga saker för att kunna få maximalt antal poäng:

- **Endast ett problem per sida** och text på baksidan kommer inte att beaktas.
- Tänk på att er handstil måste vara tydlig för att lösningen ska kunna bedömas. **Kan vi inte läsa, kan vi inte ge poäng!** Använd **inte rödpenna**.
- Lösningarna bör som oftast uttryckas i de kända storheterna och förenklas **innan** eventuella värden används. Därmed visas förståelse för problemet.
- **Ge alltid din krets** och var tydlig med diagram och definitioner av variabler. Tänk på hur du definierar polariteten och riktningen på de spänningar och strömmar du använder. **Använd passiv teckenkonvention**. Om det fattas figur med definierade variabler utsatta kan det bli **avdrag** vid tvetydighet. Var noga med definitionen av impedanserna, t.ex. en spoles impedans är inte "L", detta kan ge avdrag.
- Därtill, dela tiden mellan talen och kontrollera svarens rimlighet genom t.ex. dimensionsanalys eller alternativ lösningsmetod.

**Gränserna för bonuspoäng är:** 50% (1 bp.) och 75% (2 bp.). Ingen avrundning görs.

**Examinator:** Daniel Månsson (08 790 9044)

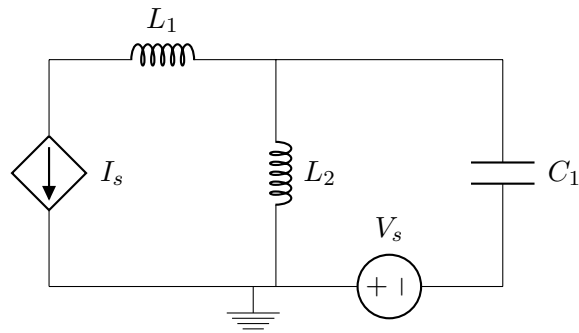
---

Lycka till och ta det lugnt!

## Uppgift 1 [12 p.]

För kretsen nedan:

För  $V_s$  och  $I_s$ , bestäm huruvida de levererar, eller absorberar, aktiv respektive reaktiv effekt. (Du måste använda passiv teckenkonvention och vara tydlig med hur dina strömmar och spänningar definieras.)



Använd följande:

$$I_s = kV_s,$$

$$k = 1 + i,$$

$$v_s(t) = V_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \text{ [V] (cosinus som riktfas),}$$

$$V_0 = 1 \text{ [V],}$$

$$\omega = 50 \text{ [rad/s],}$$

$$L_1 = 20 \text{ [mH],}$$

$$L_2 = 40 \text{ [mH],}$$

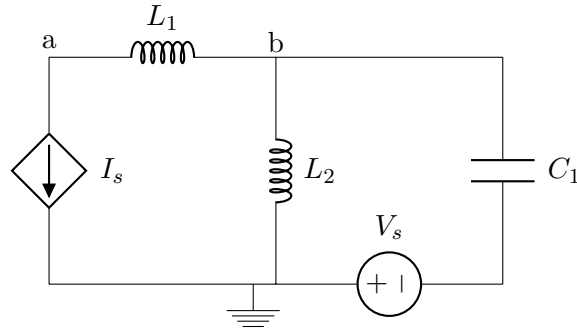
$$C_1 = 20 \text{ [mF].}$$

Lösningen ska uttryckas i de kända storheterna och förenklas innan värdena används. Därmed visas förståelse för problemet.

KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, Kontrollskrivning (KS2) 2018-01-30 kl 13–15. - Lösningsförslag.

---

Uppgift 1 [12 p.]



$$Z_1 = j\omega L_1 = j, Z_2 = j\omega L_2 = 2j, Z_3 = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j} = -j, V_0 = 1$$

$$v_s(t) = V_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \rightarrow V_s(\omega) = V_0 e^{-j\pi/4} = V_0 \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - j) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - j),$$

$$I_s = kV_s = (1 + j)V_0 \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - j) = 2V_0 \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}V_0 = \sqrt{2}$$

För att kunna säga något om effekterna så måste vi veta strömmarna genom och spänningarna över de valda komponenterna. Vi börjar med att använda KCL för att få fram nodpotentialerna.

$$\text{KCL-a: } \frac{v_a - v_b}{Z_1} + I_s = 0 \rightarrow I_s = \frac{v_b - v_a}{Z_1} \quad (1)$$

$$\text{KCL-b: } \frac{v_b - v_a}{Z_1} + \frac{v_b - 0}{Z_2} + \frac{v_b - (-V_s)}{Z_3} = 0 \rightarrow \quad (2)$$

$$I_s + v_b \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2 Z_3} + V_s \frac{1}{Z_3} = 0 \rightarrow \quad (3)$$

$$V_s \left( k + \frac{1}{Z_3} \right) + v_b \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2 Z_3} = 0 \rightarrow \quad (4)$$

$$v_b = -V_s \left( k + \frac{1}{Z_3} \right) \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \quad (5)$$

$$= -\frac{V_s Z_2 (Z_3 k + 1)}{Z_3 + Z_2} = \dots = \sqrt{2}V_0(-1 + 3j) \quad (6)$$

$$(7)$$

$$v_a = v_b - I_s Z_1 = -\frac{V_s Z_2 (Z_3 k + 1)}{Z_3 + Z_2} - k V_s Z_1 = \quad (8)$$

$$= -V_s (Z_2 + Z_2 Z_3 k + Z_1 Z_3 k + Z_1 Z_2 k) \frac{1}{Z_2 + Z_3} = \quad (9)$$

$$= \dots = \frac{-V_0}{\sqrt{2}} (2 - 4j) \quad (10)$$

Nu när vet vi nodpotentialerna tittar vi på de komplexa effekterna. Vi använder oss av passiv teckenkonvention som innebär att om strömmen som definierats genom komponenten går ut ur ”+ terminalen” på spänningen som definierats över komponenten så ska vi, när vi beräknar effekten, byta tecken på strömmen, dvs ” $I$ ” blir ” $-I$ ”.

Därtill har vi, med en definition(!), att:

$$I_{V_s} = \frac{v_b - (-V_s)}{Z_3} = \dots = V_0 \frac{1}{\sqrt{2}} (-5 - j) \quad (11)$$

Komplex effekt ges av  $S = VI^*$ :

$$S_{V_s} = V_s (-I_{V_s})^* = \dots = 2 - 3j \quad (12)$$

$$P > 0 \rightarrow \text{absorberar aktiv effekt} \quad (13)$$

$$Q < 0 \rightarrow \text{levererar reaktiv effekt} \quad (14)$$

$$S_{I_s} = v_a I_s^* = \dots = -2 + 4j \quad (15)$$

$$P < 0 \rightarrow \text{levererar aktiv effekt} \quad (16)$$

$$Q > 0 \rightarrow \text{absorberar reaktiv effekt} \quad (17)$$

Därtill tittar vi, här, på de andra tre komponenterna och ser att:

$$S_{Z_1} = (v_b - v_a) I_s^* = \dots = 2j \quad (18)$$

$$Q > 0 \rightarrow \text{absorberar reaktiv effekt} \quad (19)$$

$$S_{Z_2} = |v_b - 0|^2 \frac{1}{Z_2^*} = \dots = 10j \quad (20)$$

$$Q > 0 \rightarrow \text{absorberar reaktiv effekt} \quad (21)$$

$$S_{Z_3} = |v_b - (-V_s)|^2 \frac{1}{Z_3^*} = \dots = -13j \quad (22)$$

$$Q < 0 \rightarrow \text{levererar reaktiv effekt} \quad (23)$$

$$(24)$$

Som man kan se så blir  $\sum S = \sum (P + jQ) = \sum P + j \sum Q = (2 + (-2)) + j(-3 + 4 + 2 + 10 - 13) = 0 + j0 = 0$ .