

KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, TEN2
2021-03-19 kl 08–13.

Hjälpmedel: enkel miniräknare (ej grafräknare).

- Var noga med hur du definierar dina strömmar och spänningar. Använd passiv teckenkonvention. Polariteten på spänningarna och riktningarna på strömmarna påverkar tecknen och man får lätt teckenfel om man inte är noga.
- Alla källor ska antas vara stationära växelströmskällor om inget annat explicit anges.
- De numeriska värdena för varje fråga slumpas för varje student. Tänk på att skriva ner din krets (för dig själv) när du räknar innan du använder värdena. Avrunda och svara med en decimal noggrannhet. Du kan svara med både " . " och " , " som kommatecken.
- Tänk efter innan du lämnar in eftersom du inte kan ändra dina svar sen.

Betygsgränserna är: 50% (E), 60% (D), 70% (C), 80% (B), 90% (A).
För (Fx) krävs att maximalt 1 poäng drar ner resultatet under godkänt.

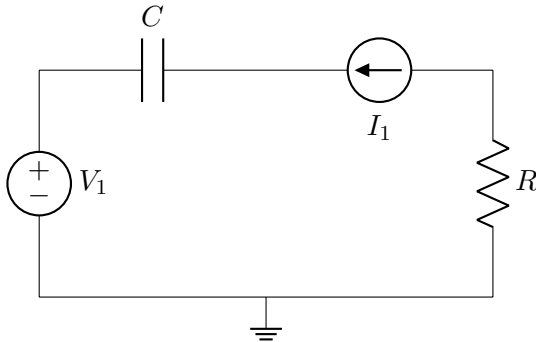
Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044)

Lycka till och ta det lugnt!

Q1

Bestäm den aktiva effekten, P , (toppvärdesskala) som utvecklas i V_1 om $R = [R]$, $Z_c = -j[Z_c]$, $V_1 = [a] + j([b])$ $I_1 = [x] + j([y])$.

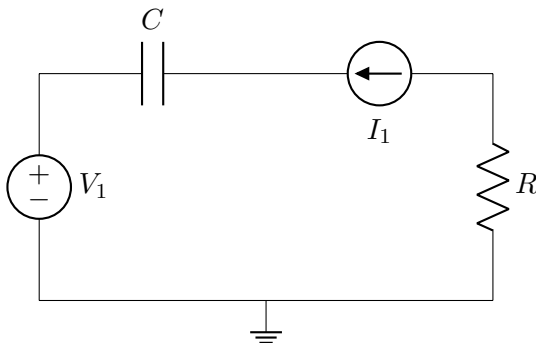
$$\rightarrow P = \text{Re} \left\{ \frac{1}{2} V_1 I_1^* \right\}$$



Q2

Bestäm den reaktiva effekten, Q , (toppvärdesskala) som utvecklas i V_1 om $R = [R]$, $Z_c = -j[Z_c]$, $V_1 = [a] + j([b])$ $I_1 = [x] + j([y])$.

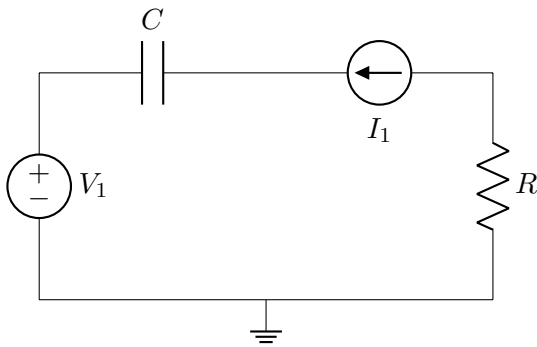
$$\rightarrow Q = \text{Im} \left\{ \frac{1}{2} V_1 I_1^* \right\}$$



Q3

Bestäm den aktiva effekten, P , (toppvärdesskala) som utvecklas i kondensatorn, C , om $R = [R]$, $Z_c = -j[X_c]$, $V_1 = [a] + j([b])$, $I_1 = [x] + j([y])$.

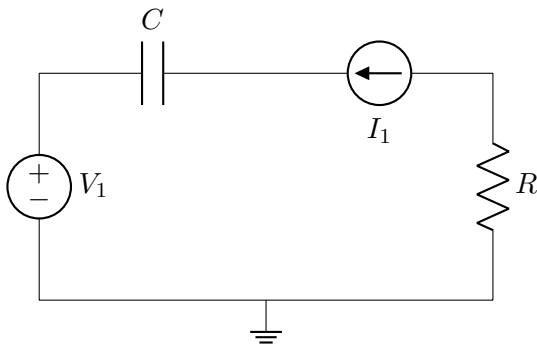
$$\rightarrow P = 0$$



Q4

Bestäm den reaktiva effekten, Q , (toppvärdeesskala) som utvecklas i kondensatorn, C , om $R = [R]$, $Z_c = -j[X_c]$, $V_1 = [a] + j([b])$, $I_1 = [x] + j([y])$.

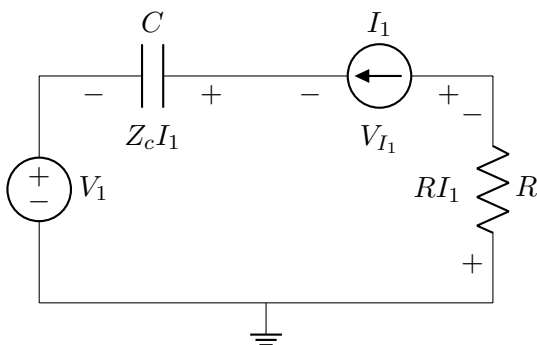
$$\rightarrow Q = \text{Im} \left\{ \frac{1}{2} Z_c I_1 I_1^* \right\} = \text{Im} \left\{ \frac{1}{2} Z_c |I_1|^2 \right\}$$



Q5

Bestäm realdelen av spänningsfallet över I_1 om det följer passiv teckenkonvention med avseende på riktningen på I_1 . Antag att $R = [R]$, $Z_c = -j[X_c]$, $V_1 = [y]$, $I_1 = [a] + j([b])$.

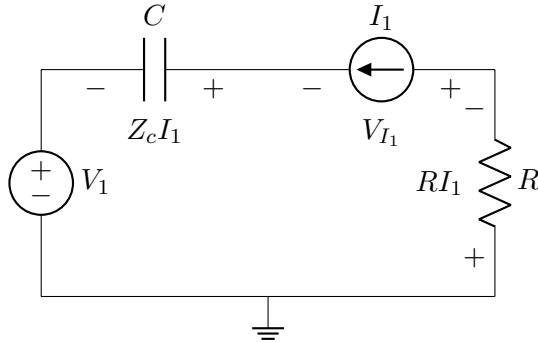
$$\rightarrow \text{Re} \{ V_{I_1} \} = \text{Re} \{ -V_1 - Z_c I_1 - R I_1 \}$$



Q6

Bestäm imaginärdelen av spänningsfallet över I_1 om det följer passiv teckenkonvention med avseende på riktningen på I_1 . Antag att $R = [R]$, $Z_c = -j[X_c]$, $V_1 = [y]$, $I_1 = [a] + j([b])$.

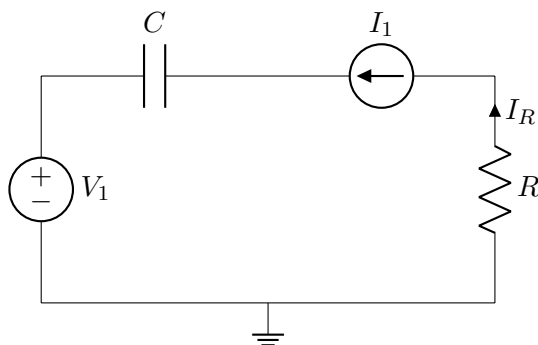
$$\rightarrow \text{Im} \{V_{I_1}\} = \text{Im} \{-V_1 - Z_c I_1 - R I_1\}$$



Q7

Antag att en spole, $Z_L = j[X_L]$, kopplas parallellt med R . Bestäm realdelen av strömmen som går upp genom R . Antag att $R = [R]$, $Z_c = -j[X_c]$, $V_1 = [x] + j([y])$, $I_1 = [a]$.

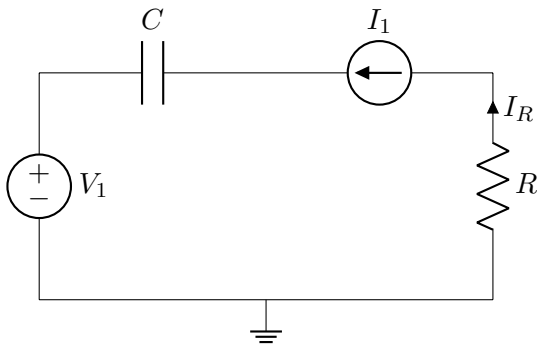
$$\rightarrow \text{Re} \{I_R\} = \text{Re} \left\{ I_1 \frac{R Z_L}{R + Z_L} \frac{1}{R} \right\}$$



Q8

Antag att en spole, $Z_L = j[X_L]$, kopplas parallellt med R . Bestäm imaginärdelen av strömmen som går upp genom R . Antag att $R = [R]$, $Z_c = -j[X_c]$, $V_1 = [x] + j([y])$, $I_1 = [a]$.

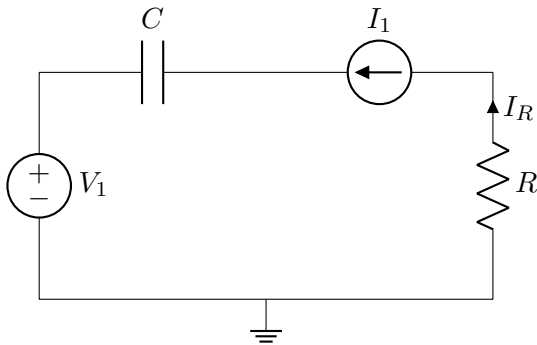
$$\rightarrow \text{Im} \{I_R\} = \text{Im} \left\{ I_1 \frac{R Z_L}{R + Z_L} \frac{1}{R} \right\}$$



Q9

Bestäm den aktiva effekten, P , som utvecklas i I_1 . Antag att de komplexa effekterna som utvecklas i V_1 , R , och C är $S_v = [a_1] + j([b_1])$, $S_r = [a_2]$, $S_c = -j[b_3]$.

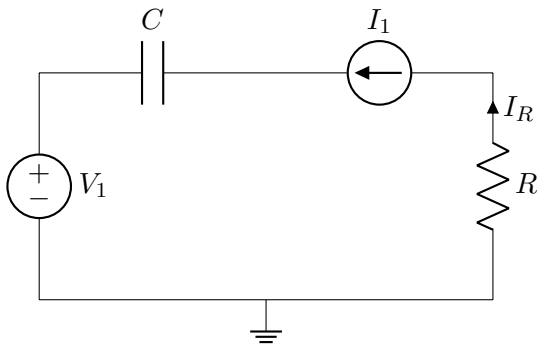
$$\rightarrow P = \text{Re} \{-S_v - S_r - S_c\}$$



Q10

Bestäm den reaktiva effekten, Q , som utvecklas i I_1 . Antag att de komplexa effekterna som utvecklas i V_1 , R , och C är $S_v = [a_1] + j([b_1])$, $S_r = [a_2]$, $S_c = -j[b_2]$.

$$\rightarrow Q = \text{Im} \{-S_v - S_r - S_c\}$$



Q11

Antag att i en komponent mäter man den komplexa effekten till $S = [a] + j([b])$. Kommer denna då förbruka eller leverera aktiv effekt, P, enligt passiv teckenkonvention? Skriv nedan (utan citationstecken) "0" om förbrukar och "1" om levererar.

→ levererar om $P = [a] < 0$, levererar och förbrukar om $\rightarrow P = [a] > 0$.

Q12

Antag att i en komponent mäter man den komplexa effekten till $S = [a] + j([b])$. Kommer denna då förbruka eller leverera reaktiv effekt, Q, enligt passiv teckenkonvention? Skriv nedan (utan citationstecken) "0" om förbrukar och "1" om levererar.

→ levererar om $Q = [b] < 0$, levererar och förbrukar om $\rightarrow Q = [b] > 0$.

Q13

Om det i en generell impedans Z utvecklas den komplexa effekten $S = [a] + j([b])$ bestäm då effektfaktorn (som vi kallade "pf") häri.

→ $pf = \cos(\phi) = \frac{P}{|S|}$.

Q14

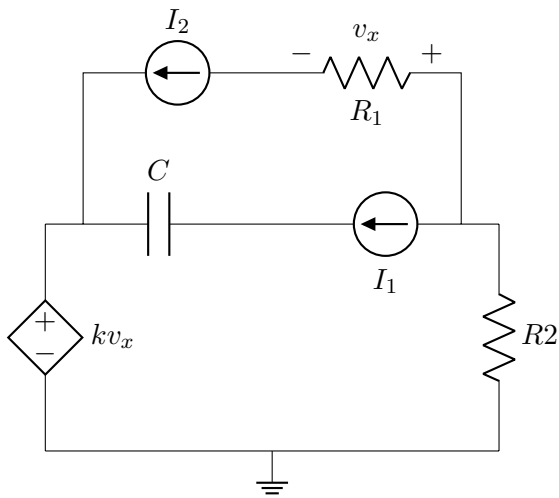
Om det i en generell impedans Z utvecklas den komplexa effekten $S = [a] + j([b])$ bestäm då fasvinkeln (i radianer) mellan spänning och ström i Z (dvs argumentet av Z).

→ $\phi = \tan^{-1}(b/a)$.

Q15

Bestäm den aktiva effekten, P, (toppvärdesskalan) som utvecklas i den beroende källan (enligt passiv teckenkonvention).

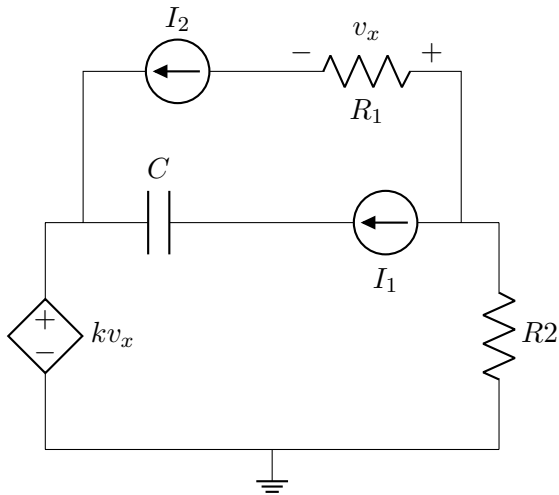
→ $S_{kv_x} = \frac{1}{2}kv_x(I_1 + I_2)^* = \frac{1}{2}k(R_1 I_2)(I_1 + I_2)^* \rightarrow P = \text{Re}\{S_{kv_x}\}$.



Q16

Bestäm den reaktiva effekten, Q , (toppvärdesskalan) som utvecklas i den beroende källan (enligt passiv teckenkonvention).

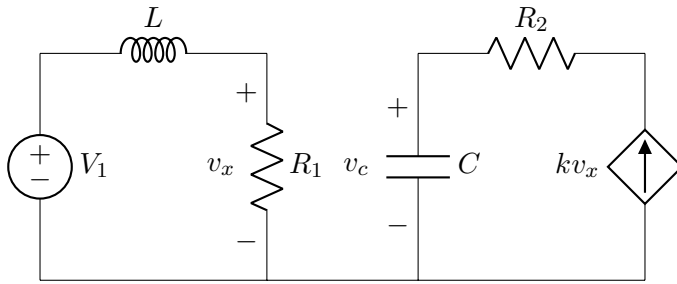
$$\rightarrow S_{kv_x} = \frac{1}{2}kv_x(I_1 + I_2)^* = \frac{1}{2}k(R_1 I_2)(I_1 + I_2)^* \rightarrow Q = \text{Im} \{S_{kv_x}\}.$$



Q17

Beräkna realdelen av spänningen över kondensatorn, v_c .

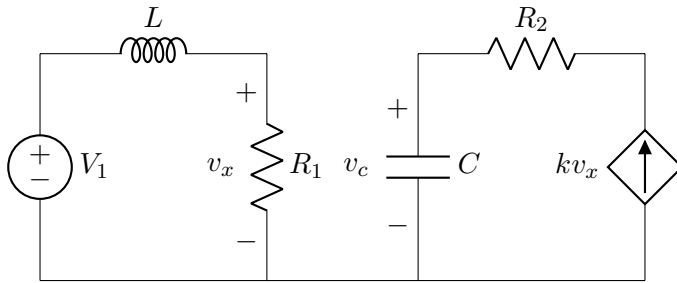
$$\rightarrow v_c = kv_x Z_c = kV_1 \frac{R_1}{R_1 + Z_L} Z_c \rightarrow \text{Re} \left\{ kV_1 \frac{R_1}{R_1 + Z_L} Z_c \right\}.$$



Q18

Beräkna imaginärdelen av spänningen över kondensatorn, v_c .

$$\rightarrow v_c = kv_x Z_c = kV_1 \frac{R_1}{R_1 + Z_L} Z_c \rightarrow \text{Im} \left\{ kV_1 \frac{R_1}{R_1 + Z_L} Z_c \right\}.$$

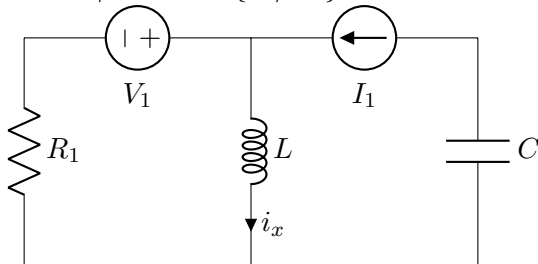


Q19

Beräkna realdelen av strömmen genom spolen, i_x .

$$\rightarrow \text{Vi definierar noden (a) så att vi får en KCL: } \frac{v_a - V_1 - 0}{R_1} + \frac{v_a}{Z_L} - I_1 = 0 \rightarrow v_a = \frac{(I_1 + \frac{V_1}{R_1})}{\frac{Z_L + R_1}{Z_L R_1}} \rightarrow$$

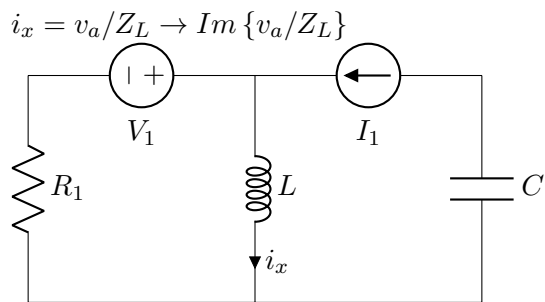
$$i_x = v_a / Z_L \rightarrow \text{Re} \{ v_a / Z_L \}$$



Q20

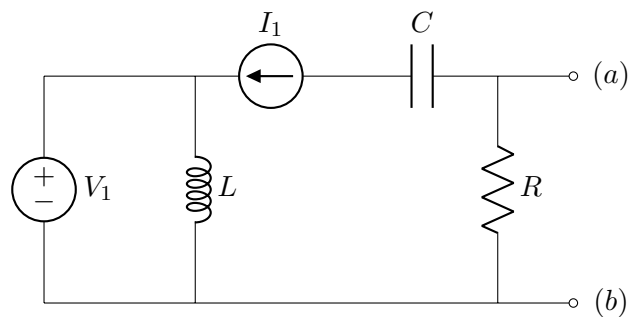
Beräkna imaginärdelen av strömmen genom spolen, i_x .

$$\rightarrow \text{Vi definierar noden (a) så att vi får en KCL: } \frac{v_a - V_1 - 0}{R_1} + \frac{v_a}{Z_L} - I_1 = 0 \rightarrow v_a = \frac{(I_1 + \frac{V_1}{R_1})}{\frac{Z_L + R_1}{Z_L R_1}} \rightarrow$$



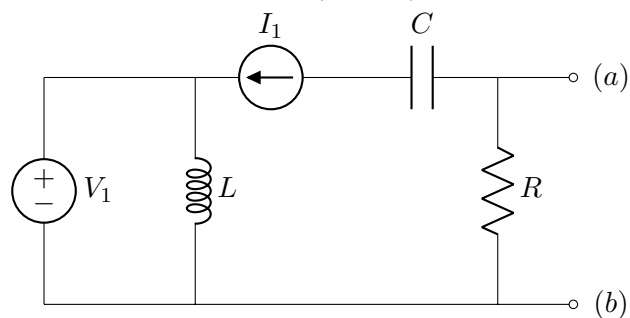
Q21 + Q22

Beräkna realdelen/imaginärdelen av Theveninimpedansen sett in i porten (a-b).
 → Eftersom vi bara har oberoende källor kan vi nollställa källorna (spänningskällan kortsluts och strömkällan får ett avbrott) → $Z_{TH} = R_1 + j * 0$



Q23

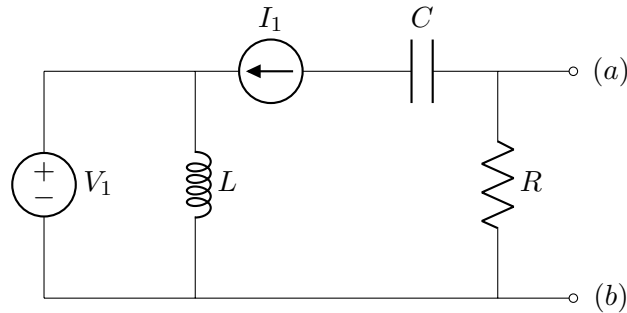
Beräkna realdelen av Theveninspänningen sett in i porten (a-b). Följande gäller $V_{TH} = v_a - v_b$.
 → $V_{TH} = -R_1 I_1 \rightarrow \text{Re}\{-R_1 I_1\}$



Q24

Beräkna imaginärdelen av Nortonströmmen sett in i porten (a-b). Följande gäller $V_{TH} = v_a - v_b$.

$$\rightarrow I_N = -I_1 \rightarrow \text{Im}\{-I_1\}$$



Q25

Bestäm den maximala aktiva effekten, P , (effektivvärdesskalan) som kan utvecklas i en last Z , som har kopplats till en Theveninekvivalent.

$$\rightarrow P = \frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}}$$

Q26

Bestäm den reaktiva effekten, Q , (effektivvärdesskalan) som utvecklas i en last Z , som har kopplats till en Theveninekvivalent, om Z är sådan att maximalt med aktiv effekt utvecklas i denna.

$$\rightarrow \text{I detta fallet har vi strömmen } I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + Z} = \frac{V_{TH}}{2R_{TH}} \rightarrow Q_Z = \text{Im}\{(R_{TH} - jX_{TH})|I_Z|^2\} = -X_{TH} \frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}^2}$$

Q27

För kretsen nedan, visa hur du skulle göra för att bestämma Theveninekvivalenten sett in i porten (a-b). Du ska tydligt ange ekvationerna som ska lösas och berätta hur du skulle använda dem, men du behöver inte lösa dem.

\rightarrow Vi ställer upp ekvationerna först för V_{TH} och sen för I_N .

Först V_{TH} , då porten är öppen:

$$\frac{V_{TH}}{R_2} - I_1 + \frac{V_{TH} - kv_x}{Z_c} = 0$$

$$\frac{v_x}{Z_L} + \frac{v_x - kv_x}{R_1} + I_1 = 0$$

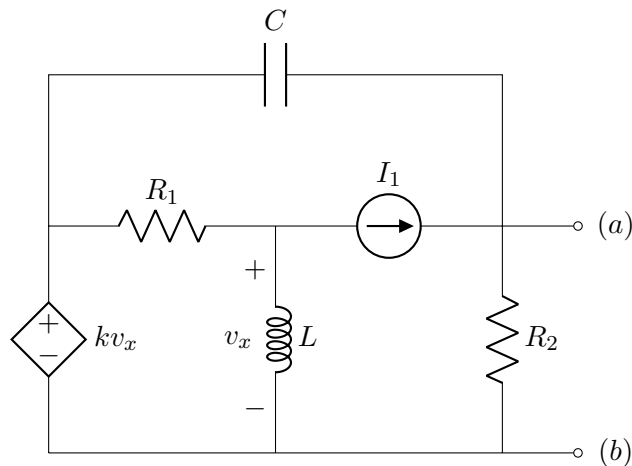
Två ekvationer och två obekanta kan lösas för V_{TH} .

Sen I_N , då porten kortsluts (tänk på att I_N riktas nedåt genom kortslutningen):

$$-I_1 + \frac{0 - kv_x}{Z_c} + I_N = 0$$

$$\frac{v_x - kv_x}{R_1} + \frac{v_x}{Z_L} + I_1 = 0$$

Två ekvationer och två obekanta kan lösas för I_N .



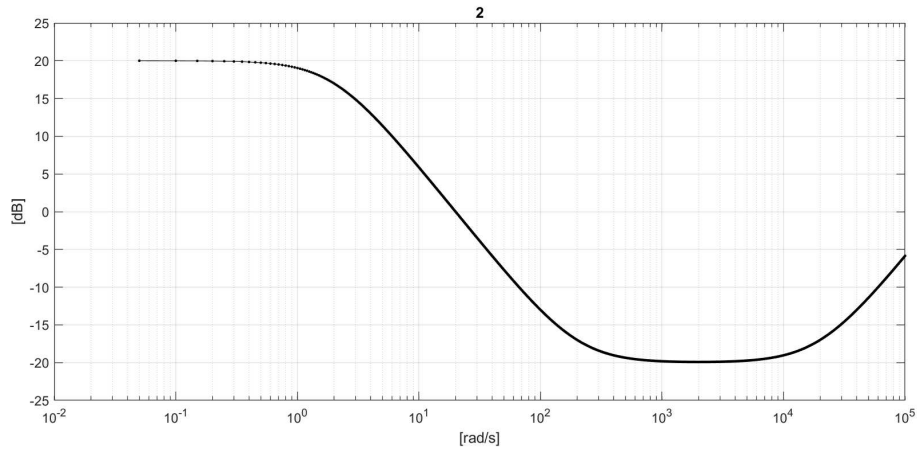
$$\rightarrow Z_{TH} = V_{TH}/I_N.$$

Q28

Ange numret på den figur nedan som visar förstärkningen som överensstämmer med överföringsfunktionen:

$H(\omega) = \sqrt{100} \frac{(1+j\frac{\omega}{200})(1+j\frac{\omega}{2000})}{(1+j\frac{\omega}{2})}$ Om den inte är representerad av en figur ange "0" (utan citationstecken).

→

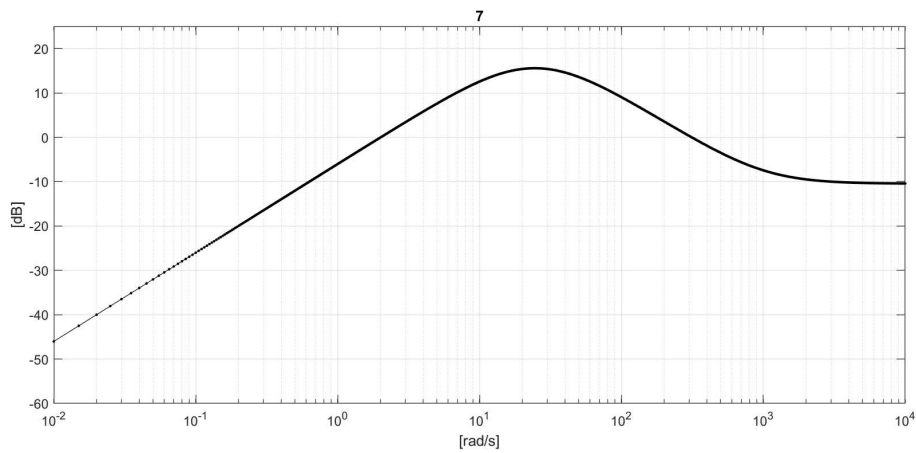


Q29

Ange numret på den figur nedan som visar förstärkningen som överensstämmer med överföringsfunktionen:

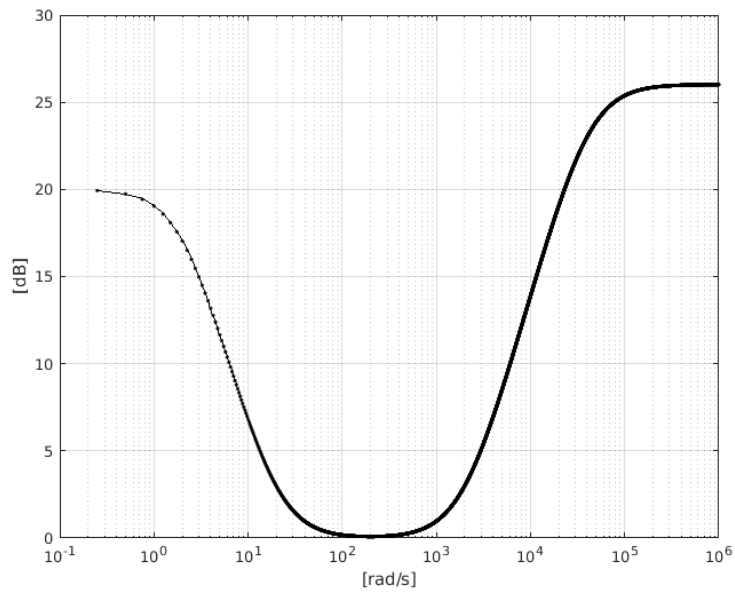
$H(\omega) = \frac{(j\frac{\omega}{2})(1+\frac{\omega}{1000})}{(1+j\frac{\omega}{20})(1+j\frac{\omega}{30})}$ Om den inte är representerad av en figur ange "0" (utan citationstecken).

→



Q30

Ange överföringsfunktionen som ger förstärkningen som visas nedan. Formen på överföringsfunktionen ska vara samma som gavs i uppgifterna ovan.

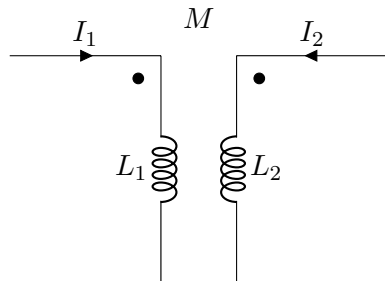


$$\rightarrow H(\omega) = \sqrt{100} \frac{(1 + \frac{\omega}{20})(1 + \frac{\omega}{2000})}{(1 + j\frac{\omega}{2})(1 + j\frac{\omega}{40000})}$$

Q31

Kommer det i nedanstående krets att bli samverkande flöde?

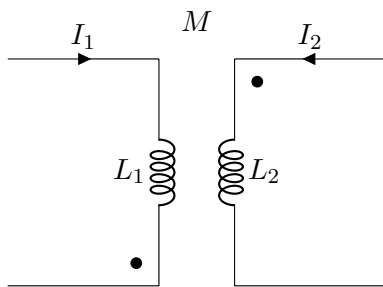
→ Om strömmarna, med tecken, båda går in i prickarna eller båda lämnar prickarna på samma sätt, blir det samverkande flöde.



Q32

Kommer det i nedanstående krets att bli samverkande flöde?

→ Om strömmarna, med tecken, båda går in i prickarna eller båda lämnar prickarna på samma sätt, blir det samverkande flöde.



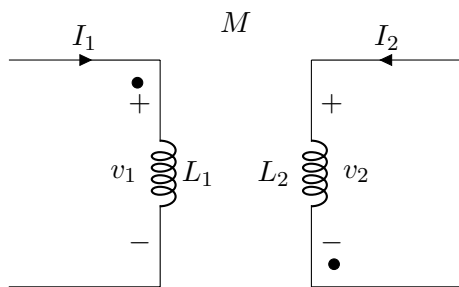
Q33 + Q34

Beräkna realdelen av v_1 respektive imaginärdelen av v_2 .

→ Här får man titta på tecknen och riktning på I_1 och I_2 och om de båda går in i prickarna på samma sätt får man samverkande flöde ("+") annars motverkande ("-"):

$$v_1 = I_1 j\omega L_1 \pm I_2 j\omega M$$

$$v_2 = I_1 j\omega M \pm I_2 j\omega L_1$$



Q35

Är följande en beskrivning för en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade)? $v_a = 3\angle -120^\circ$ $v_b = \sqrt{9}\angle 120^\circ$ $v_c = 3\angle 0^\circ$

→ Ja. Det står inget om ABC-sekvens så vi måste följa att amplituderna är lika och att fasförskjutningen är $\pm 120^\circ$.

Q36

Är följande en beskrivning för en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade)? $v_a = 3\angle 0^\circ$ $v_b = \sqrt{4}\angle 120^\circ$ $v_c = \sqrt{9}\angle -120^\circ$

→ Nej. Det står inget om ABC-sekvens och fasförskjutningen är $\pm 120^\circ$ men amplituderna är inte lika.

Q37

Är följande en beskrivning för en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade)? $v_a = 1\angle 10^\circ$ $v_b = \sqrt{1}\angle 110^\circ$ $v_c = 1\angle -110^\circ$

→ Nej. Det står inget om ABC-sekvens och amplituderna är lika men fasförskjutningen är inte $\pm 120^\circ$.

Q38

Ett trefassystemet är balanserat vilket ger att den komplexa effekten som utvecklas i trefaslasten blir $S = P + jQ$. Hur stor är då den aktiva effekten, P , som utvecklas i en av trefaslastens faser ?

→ $P/3$.