KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, omtenta TEN2 2021-06-10 kl 08–13.

Hjälpmedel: endast miniräknaren i uppgifterna.

- Var noga med hur du definierar dina strömmar och spänningar. Använd passiv teckenkonvention. Polariteten på spänningarna och riktningarna på strömmarna påverkar tecknen och man får lätt teckenfel om man inte är noga.
- Alla källor ska antas vara stationära växelströmskällor om inget annat explicit anges.
- De numeriska värdena för varje fråga slumpas för varje student. Tänka på att skriva ner din krets (för dig själv) när du räknar innan du använder värdena. Avrunda och svara med en decimals noggrannhet.
- Tänk efter innan du lämnar in eftersom du inte kan ändra dina svar sen.

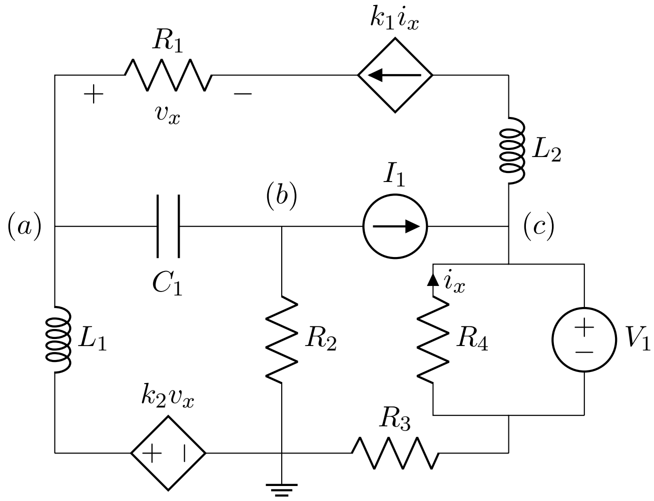
Betygsgränserna är: 50% (E), 60% (D), 70% (C), 80% (B), 90% (A).
För (Fx) krävs att maximalt 1 poäng drar ner resultatet under godkänt.

Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044)

Lycka till och ta det lugnt!

Uppgift 1

För kretsen här, ställ upp nodekvationerna för de markerade noderna uttryckt enbart i de kända storheterna och dessa nodpotentialer. I de slutgiltiga uttrycken ska termerna vara samlade och rimligt förenklade (men du behöver inte lösa dem.) Du matar in din lösning i rutan, som kommer att rättas manuellt. Du bör ange dina storheter och termer i ekvationerna tydligt så att det inte blir missförstånd. Använd helst ekvationsverktyget.



Lösningsförslag
Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

$$KCL_a\colon\ -k_1 i_x + \frac{v_a - k_2 v_x - 0}{j\omega L_1} + (v_a - v_b)j\omega C_1 = 0 \tag{1}$$

$$KCL_b\colon\ (v_b - v_a)j\omega C_1 + \frac{v_b - 0}{R_2} + I_1 = 0 \tag{2}$$

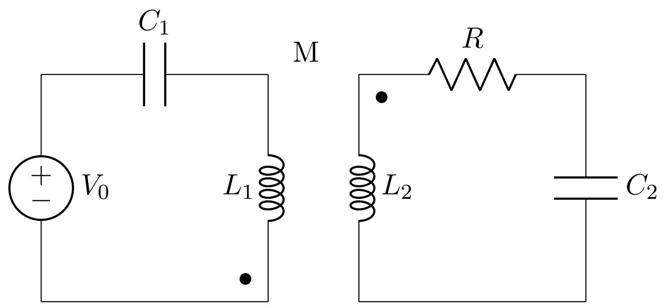
$$KCL_c\colon\ -I_1 + k_1 i_x + \frac{v_c - V_1 - 0}{R_3} = 0 \tag{3}$$

$$i_x = \frac{-V_1}{R_4} \tag{4}$$

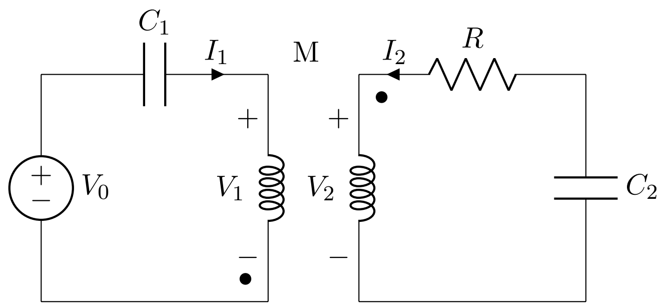
$$v_x = -R_1 k_1 i_x = R_1 k_1 \frac{V_1}{R_4} \tag{5}$$

Uppgift 2

För kretsen här, ställa upp nödvändiga ekvationssystem/relationer som behövs lösas och visa tydligt hur de ska användas för att beräkna den reaktiva effekten som utvecklas i spänningskällan (men du behöver inte lösa dem). Du måste tydligt visa, och i ord beskriva, din plan för hur problemet ska lösas för att få poäng. Du matar in din lösning i rutan, som kommer att rättas manuellt. Du bör ange dina storheter och termer i ekvationerna tydligt så att det inte blir missförstånd. Använd helst ekvationsverktyget.



Lösningsförslag
Definierar strömmar och spänningar enligt passiv tecken konvention och noterar hur V_1 och V_2 blir med tanke på "prickarna" (variabelnamnet för L_1 och L_2 visas inte).



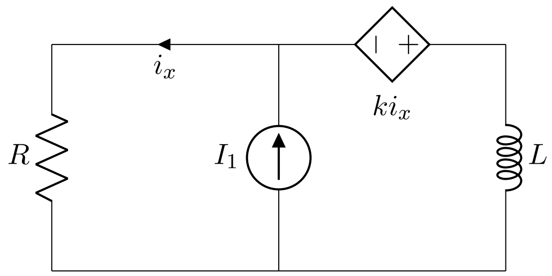
Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

$$KVL_1: \ +V_0 - Z_{C_1}I_1 - V_1 = 0 \quad (6)$$
$$KVL_2: \ -Z_{C_2}I_2 - I_2R - V_2 = 0 \quad (7)$$
$$V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \quad (8)$$
$$V_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \quad (9)$$

Detta ekvationsystem kan lösas för I_1 och I_2 och vi kan få fram $Q_{V_0} = Im\{-V_0 I_1^*\}$

Uppgift 3 och 4

Bestäm realdelen/imaginärdelen av i_x. Antag att R ='R', I1 = 'I1', k = 'k', ZL = j'ZL'.



Lösningsförslag
Sätt ut jord och nod ”a”. Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

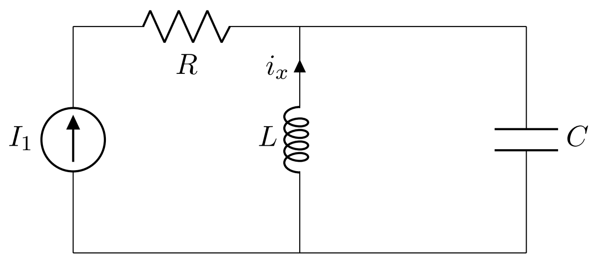
$$KCL_a\colon \frac{v_a}{R} - I_1 + \frac{v_a + ki_x}{j\omega L} = 0 \tag{10}$$

$$i_x = \frac{v_a}{R} \rightarrow \tag{11}$$

$$i_x = I_1 \frac{j\omega L}{R + k + j\omega L} \tag{12}$$

Uppgift 5 och 6

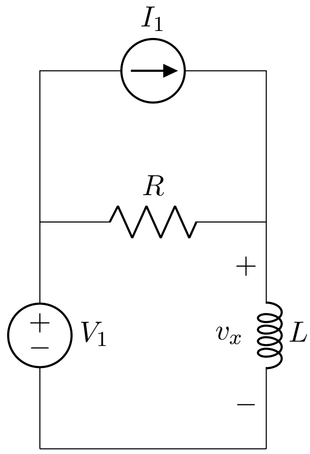
Bestäm realdelen/imaginärdeln av i_x. Antag att: R =‘R‘, I1 = ‘I1re‘ + j‘I1im‘, ZL = j‘ZL‘, ZC = -j‘ZC‘.



Lösningsförslag
T.ex. strömdelningen ger $i_x = -I_1 \frac{Z_C}{Z_C + Z_L}$

Uppgift 7 och 8

Bestäm realdelen/imaginärdelen av v_x. Antag att: R =‘R‘, ZL = j‘ZL‘, V1 = ‘V1re‘ + j0, I1 = ‘I1re‘ + j0.



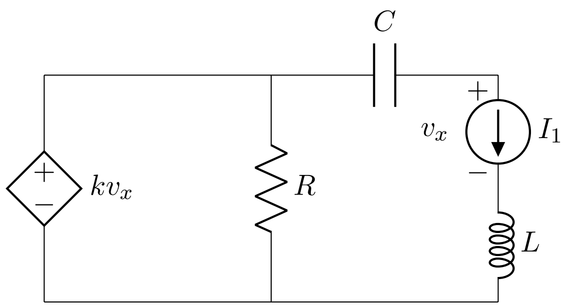
Lösningsförslag
Sätt ut jord och nod "a". Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

$$KCL_a\colon\ \frac{v_a - V_1}{R} - I_1 + \frac{v_a}{j\omega L} = 0 \rightarrow \tag{13}$$

$$v_x = v_a = \frac{(I_1 + V_1/R)Rj\omega L}{R + j\omega L} \tag{14}$$

Uppgift 9 och 10

Bestäm realdelen/imaginärdelen av v_x. Antag att: R =‘R‘, ZL = j2, ZC = -j1, I1 = ‘I1re‘ + j‘I1im‘, k = ‘k‘



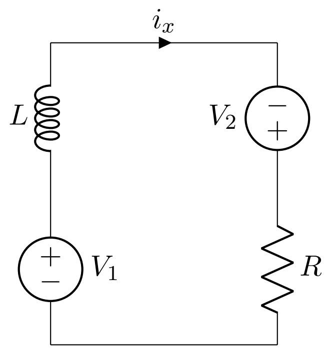
Lösningsförslag
Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

$$KVL\colon\ +kv_x - Z_C I_1 - v_x - Z_L I_1 = 0 \rightarrow \quad (15)$$

$$v_x = \frac{I_1(Z_C + Z_L)}{k-1} \quad (16)$$

Uppgift 11 och 12

Bestäm realdelen/imaginärdelen av i_x. Antag att: R =‘R‘, ZL = j‘ZL‘, V1 = ‘V1re‘ + j0, V2 = 0 + j‘V2im‘.



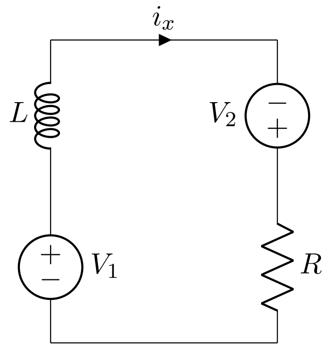
Lösningsförslag
Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

$$KVL\colon\ +V_1 - i_x Z_L + V_2 - i_x R = 0 \rightarrow \quad (17)$$

$$i_x = \frac{V_1 + V_2}{Z_L + R} \quad (18)$$

Uppgift 13 och 14

Bestäm den aktiva/reaktiva effekten som utvecklas i V_1 (toppvärdesskalan). Antag att: SV2 =‘SV2re‘ + j‘SV2im‘ (toppvärdesskalan), V1 = 0 + j‘V1im‘, V2 = ‘V2re‘ + j0.

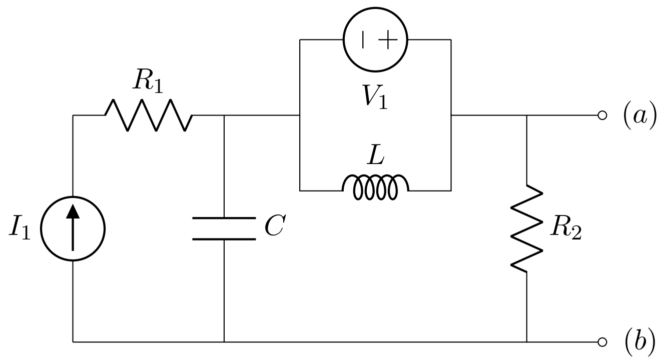


Lösningsförslag
Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

$$S_{V_2} = \frac{1}{2} V_2(-I_1^*) \rightarrow \tag{19}$$
$$S_{V_1} = \frac{1}{2} V_1 \left(- \left(\frac{-2S_{V_2}}{V_2} \right)^* \right)^* = V_1 \frac{S_{V_2}}{V_2} \rightarrow \tag{20}$$
$$P_{V_1} = Re\{S_{V_1}\} \tag{21}$$
$$Q_{V_1} = Im\{S_{V_1}\} \tag{22}$$

Uppgift 15

Kretsen nedan har en Theveninekvivalent sett in i porten (a-b). Visa, genom att först beräkna V_{TH} och I_N separat, att Z_{TH}, som man får ur ersättningsimpedansen, stämmer. Du matar in din lösning i rutan, som kommer att rättas manuellt. Du bör ange dina storheter och termer i ekvationerna tydligt så att det inte blir missförstånd. Använd helst ekvationsverktyget.



Lösningsförslag
Genom superposition (tänk på att en nollställd strömkälla är ett avbrott och en nollställd spänningskälla är en kortslutning) kan vi visa att.

$$V_{TH} = V_1 \frac{R_2}{R_2 + Z_C} + I_1 \frac{Z_C R_2}{R_2 + Z_C} \tag{23}$$

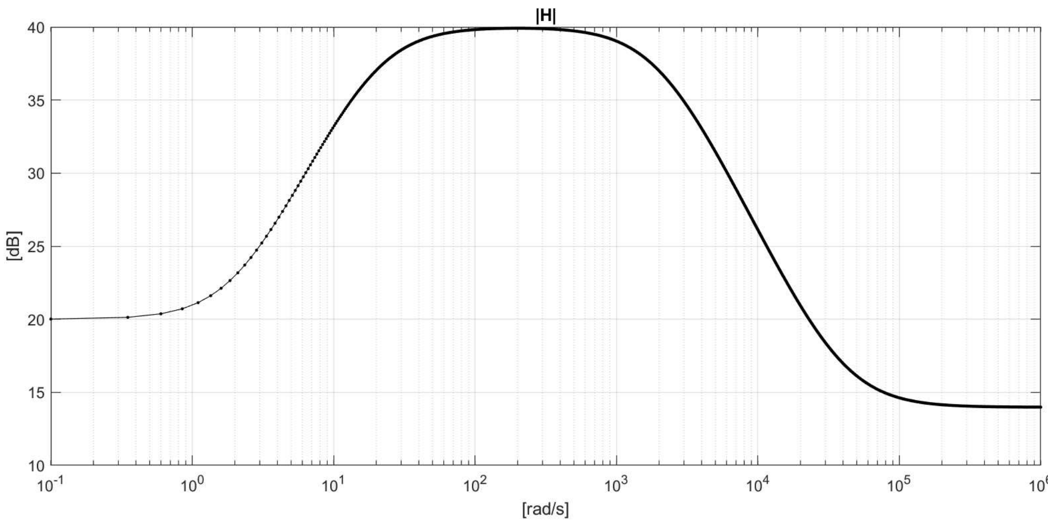
$$I_N = \frac{V_1}{Z_C} + I_1 \rightarrow \tag{24}$$

$$Z_{TH} = V_{TH}/I_N = \frac{R_2 Z_C}{R_2 + Z_C} \tag{25}$$

Eftersom det bara finns oberoende källor kan vi nollställa dessa och titta på ersättningsimpedansen. Denna är Z_C parallellt med R_2 vilket stämmer med vad vi fick ovan.

Uppgift 16

Ange uttrycket för överföringsfunktionen, $H(\omega)$, som ger förstärkningen nedan. Du matar in din svar, som kommer att rättas manuellt, i rutan nedan. Använd helst ekvationsverktyget.

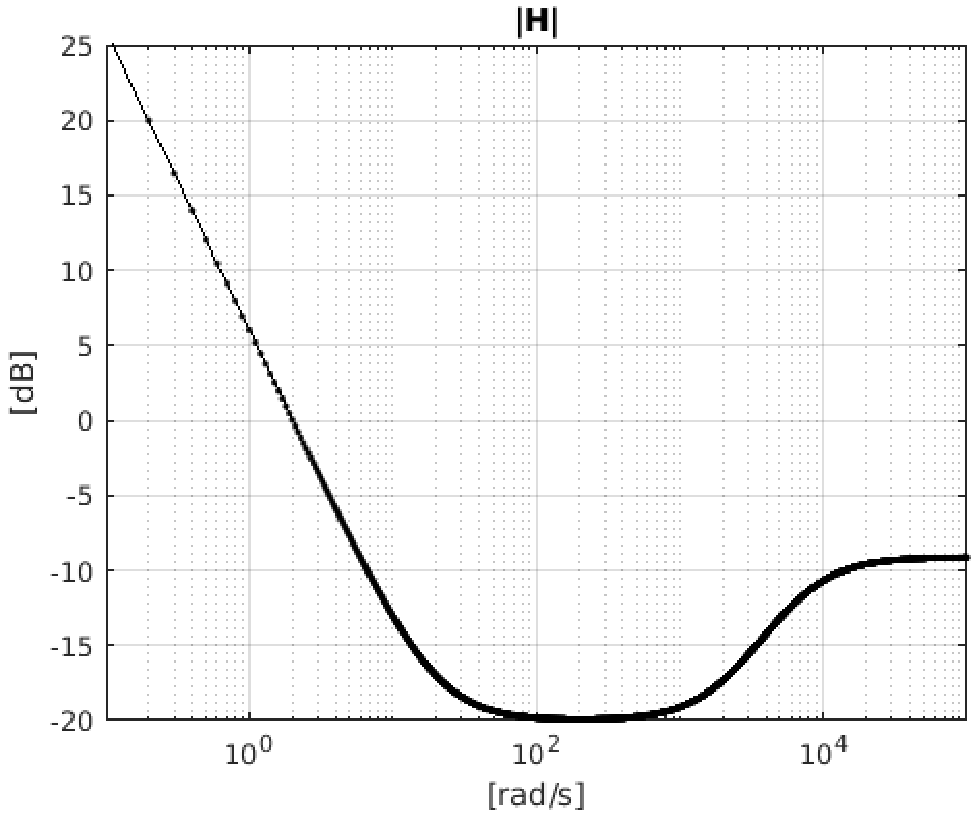


Lösningsförslag
Den linjära approximationen ger oss:
$H(\omega) = 10 \frac{\left(1+j\frac{\omega}{2}\right)\left(1+j\frac{\omega}{40000}\right)}{\left(1+j\frac{\omega}{20}\right)\left(1+j\frac{\omega}{2000}\right)}$

Uppgift 17

Rita förstärkningen, $|H(\omega)|$, som uppkommer ur $H(\omega) = \frac{\left(1+j\frac{\omega}{20}\right)\left(1+j\frac{\omega}{2000}\right)}{\left(j\frac{\omega}{2}\right)\left(1+j\frac{\omega}{7000}\right)}$. Scanna eller fotografera din skiss och ladda upp här nedan. Tänk på att detaljer ska synas. Kan vi inte se, kan vi inte rätta.

Lösningsförslag
Med hjälp av den linjära approximationen:



Uppgift 18

Om det i en generell impedans Z utvecklas den komplexa effekten S = ‘P‘ + j‘Q‘ bestäm då effektfaktorn (som vi kallade ”pf”) för Z.

Lösningsförslag
$pf = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}$

Uppgift 19

Om det i en generell impedans Z utvecklas den komplexa effekten S = ‘P‘ + j‘Q‘ bestäm då fasvinkeln (i radianer) mellan spänning och ström i Z (dvs argumentet av Z). (Kontrollera att miniräknaren är inställd på radianer.)

Lösningsförslag
$cos(\phi) = pf = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} \rightarrow \phi = cos^{-1}(pf)$, alternativt $\phi = tan^{-1}(\frac{Q}{P})$ då det är samma fasvinkel.

Uppgift 20

Bestäm den maximala aktiva effekten, P, (effektivvärdesskalan) som kan utvecklas i en last Z, som har kopplats till en Theveninekvivalent. Antag att: VTH = ‘VTHre‘ + j(‘VTHim‘), ZTH = ‘ZTHre‘ + j(‘ZTHim‘)

Lösningsförslag
Maximal aktiv effekt om $Z = Z_{TH}^* \rightarrow P_{Z,max} = \frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}}$

Uppgift 21

Antag att en last Z har kopplats till en Theveninekvivalent, och maximalt med aktiv effekt (effektivvärdesskalan) utvecklas i Z. Var blir då effektfaktorn för Z. Antag att: VTH = ‘VTHre‘ + j‘VTHim‘, ZTH = ‘ZTHre‘ + j‘ZTHim‘

Lösningsförslag
Strömmen i kretsen blir, med $Z = Z_{TH}^*$:

$$I = \frac{V_{TH}}{Z + Z_{TH}} = \frac{V_{TH}}{Z_{TH}^* + Z_{TH}} \rightarrow S_{Z,max} = V_Z I^* = Z_{TH}^* |I|^2 \rightarrow \tag{26}$$

$$P_{Z,max} = R_{TH} \left| \frac{V_{TH}}{2R_{TH}} \right|^2 = \frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}} \tag{27}$$

$$Q_{Z,max} = -X_{TH} \left| \frac{V_{TH}}{2R_{TH}} \right|^2 = -X_{TH} \frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}^2} \rightarrow \tag{28}$$

$$pf = \frac{P}{|S|} = \frac{R_{TH}}{\sqrt{R_{TH}^2 + X_{TH}^2}} \tag{29}$$

Uppgift 22

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade) med cosinus som riktfas och ABC-sekvens?

$v_a = 3$
$v_b = 3\cos(\omega t + 120°)$
$v_c = \sqrt{9}\angle -120°$

Lösningsförslag
Nej.

Uppgift 23

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade) med cosinus som riktfas och ABC-sekvens?

$v_a = 1 + j$
$v_b = \sqrt{2}\cos(\omega t - 75°)$
$v_c = \sqrt{2}\angle 165°$

Lösningsförslag
Ja.

Uppgift 24

Ett trefassystemet är balanserat och den komplexa effekten som utvecklas i en av trefaslastens faser är S = ‘P‘ + j‘Q‘. Hur stor är då den aktiva effekten, P, som utvecklas i trefaslasten ?

Lösningsförslag
$3P$

Uppgift 25

Hur stort är absolutbeloppet på spänningsfallet över återledaren i ett balanserat trefassystem om denna har impedansen Z = ‘R‘ + j(‘X‘)?

Lösningsförslag
0

Uppgift 26

Är förskjutningen mellan linjeströmmarna i ett balanserat trefassystem $\pm 120°$?

Lösningsförslag
Ja.