KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, TEN2
2022-03-17 kl 08–13.

Hjälpmedel: endast miniräknaren i uppgifterna.

- Var noga med hur du definierar dina strömmar och spänningar. Använd passiv teckenkonvention. Polariteten på spänningarna och riktningarna på strömmarna påverkar tecknen och man får lätt teckenfel om man inte är noga.
- Alla källor ska antas vara stationära växelströmskällor om inget annat explicit anges.
- De numeriska värdena för varje fråga slumpas för varje student. Tänka på att skriva ner din krets (för dig själv) när du räknar innan du använder värdena. Avrunda och svara med en decimals noggrannhet.
- Tänk efter innan du lämnar in eftersom du inte kan ändra dina svar sen.

Betygsgränserna är: 50% (E), 60% (D), 70% (C), 80% (B), 90% (A).
Observera att för godkänt tentaresultat krävs även att essäfrågan (”P”/”F”; dvs 1/0 poäng) kring kretsanalys och hållbar utveckling får ett godkänt utfall. För ”Fx” krävs att maximalt 1 poäng drar ner resultatet under godkänt samt att ingen av de uppgifter där man behöver lämna hela sin lösning har mindre än 50

Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044)

Lycka till och ta det lugnt!

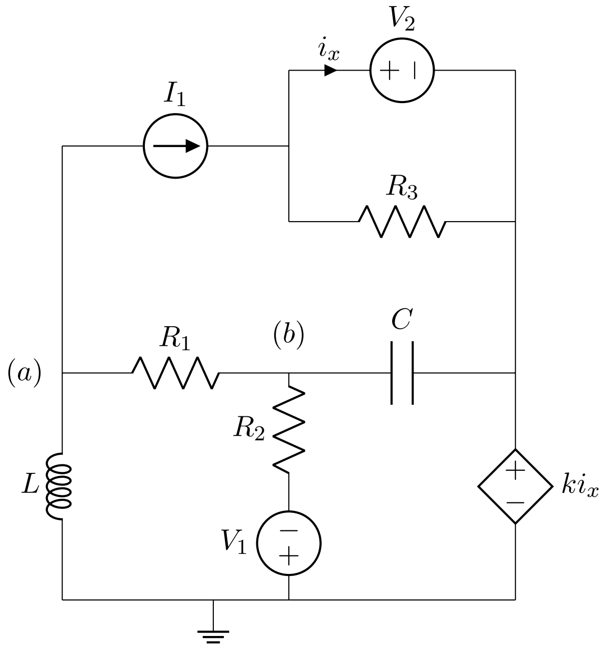
Q1

Beskriv hur man skulle kunna använda kretsanalys för att utvärdera hållbarheten (sprunget ur de 17 globala målen för hållbar utveckling som antagits av FN) av ett system eller en krets.

Lösningsförslag:
–En analys ska innehålla en diskussion (som kan skrivas på olika sätt) kring hur kretsanalys som verktyg kan användas för att t.ex. jämföra två kretsar utifrån energieffektivitet, förluster, effekter som utvecklas i olika komponenter, strömflöden, uppskattningar av degradering av komponenter, materialåtgång etc. Dessa ska länkas till de olika hållbarhetsmålen såsom gjorts på föreläsningen.

Q2

För kretsen här, ställ upp nodekvationerna för de markerade noderna uttryckt enbart i de kända storheterna och dessa nodpotentialer. I de slutgiltiga uttrycken ska termerna vara samlade och rimligt förenklade (men du behöver inte lösa dem.) Du matar in din lösning i rutan, som kommer att rättas manuellt. Du bör ange dina storheter och termer i ekvationerna tydligt så att det inte blir missförstånd. Använd helst ekvationsverktyget.



Lösningsförslag:

Vi ställer upp de viktiga ekvationerna:

$$KCL_a\colon \frac{v_a}{j\omega L} + I_1 + \frac{v_a - v_b}{R_1} = 0 \tag{1}$$

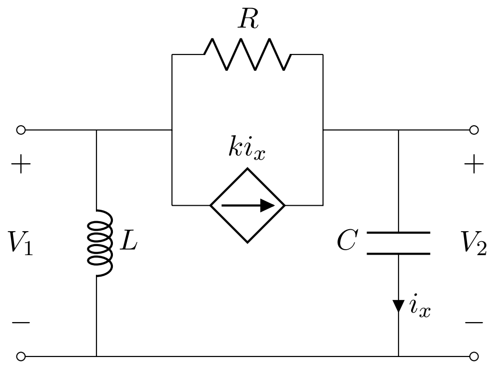
$$KCL_b\colon \frac{v_b - v_a}{R_1} + \frac{v_b - ki_x}{Z_c} + \frac{v_b - (-V_1)}{R_2} = 0 \tag{2}$$

$$KCL\colon -I_1 + i_x + \frac{V_2}{R_3} = 0 \to i_x = I_1 - \frac{V_2}{R_3} \tag{3}$$

Nu har kan vi ställa upp två ekvationer med de två obekanta, dvs v_a och v_b.

Q3

För filtret här, bestäm överföringsfunktionen samt visa vad förstärkningen är vid $\omega = 1000$ [rad/s], $k = 1$, $R = 1$ [Ω], $L = 1$ [mH] och $C = 1$ [mF]. Visa hela din lösning.



Lösningsförslag:

$$\text{KCL: } \frac{V_2}{Z_c} + \frac{V_2 - V_1}{R} - ki_x = 0 \tag{4}$$

$$i_x = \frac{V_2}{Z_c} \tag{5}$$

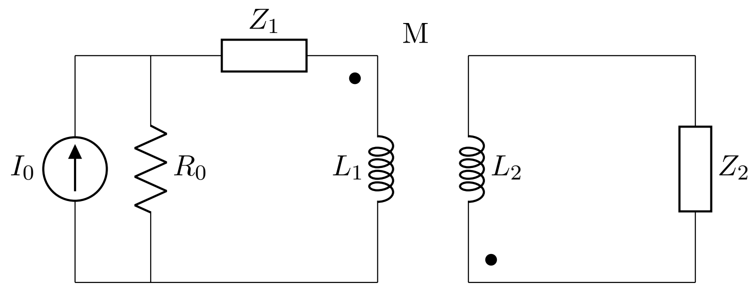
$$V_2(1-k)Rj\omega C + V_2 - V_1 = 0 \tag{6}$$

$$H = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + R(1-k)j\omega C} \tag{7}$$

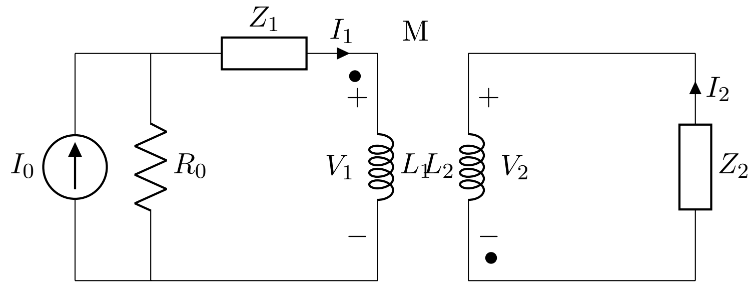
Med de värdena och vid $\omega = 1000$ får vi $H(1000) = \frac{1}{1+1*(1-1)j*1000*0.001} = 1$

Q4

För kretsen här, ställa upp nödvändiga ekvationssystem/relationer som behövs lösas och visa tydligt hur de ska användas för att beräkna den reaktiva effekten som utvecklas i Z_2 (men du behöver inte lösa dem). Du måste tydligt visa, och i ord beskriva, din plan för hur problemet ska lösas för att få poäng.



Lösningsförslag:
Definierar strömmar och spänningar enligt passiv teckenkonvention och noterar hur V_1 och V_2 blir med tanke på ”prickarna”. Vi får motverkande flöden och med en källtransformation får vi ekvationer som vi kan arbeta med:



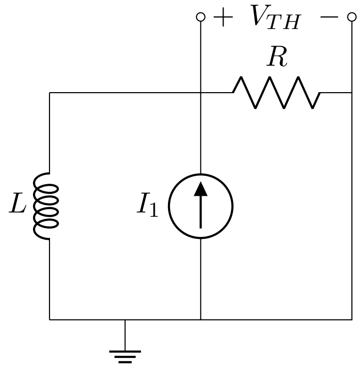
$$
\begin{aligned}
V_1 &= j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 && (8)\\
V_2 &= j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 && (9)\\
+I_0R_0 - I_1R_0 - I_1Z_1 - V_1 &= 0 && (10)\\
+V_2 + I_2Z_2 &= 0 && (11)\\
& && (12)
\end{aligned}
$$

Vi kan nu sätta in V_1 och V_2 i de andra och har då två ekvation med två obekanta, I_1 och I_2. Löser vi ut I_2 ur dessa kan vi sedan använda:

$$Q_{Z_2} = Im\left\{Z_2|I_2|^2\right\} \tag{13}$$

Q5, Q6

Bestäm real-/imaginärdelen av V_{TH}.



Lösningsförslag:

Använd t.ex. strömdelning för att få strömmen genom R (vars tecken kommer att vara följa spänningsfallet i porten så vi behöver inget extra minustecken):

$$V_{TH} = R\left(I_1 \frac{j\omega L}{R + j\omega L}\right) \quad (14)$$

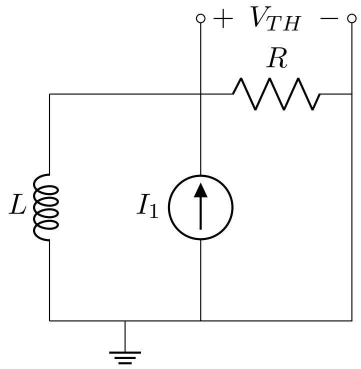
$$\text{t.ex. } R = 1,\ j\omega L = jX \text{ och } I_1 = a + jb: \quad (15)$$

$$V_{TH} = 1\left((a+jb)\frac{jX}{1+jX}\right) = \left((a+jb)\frac{jX(1-jX)}{1+X^2}\right) = \left((a+jb)\frac{X^2+jX}{1+X^2}\right) = \quad (16)$$

$$\frac{aX^2 - bX}{1+X^2} + j\frac{aX + bX^2}{1+X^2} \quad (17)$$

Q7, Q8

En last kopplas till den markerade porten. Bestäm real-/imaginärdelen av lastens impedans så att maximalt med aktiv effekt utvecklas i lasten.



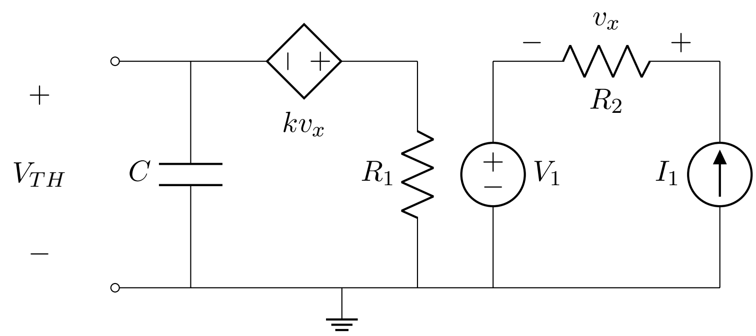
Lösningsförslag:
Vi vet att vi ska kopplas lasten, Z', så att $Z' = Z_{TH}^*$. I detta fallet så kan vi bestämma Z_{TH} genom att nollställa strömkällan och titta på den ekvivalenta impedansen:

$$Z' = Z_{TH}^* = \left(\frac{j\omega LR}{j\omega L + R}\right)^* = \left(\frac{jXR}{jX + R}\right)^* = \left(\frac{jXR(R - jX)}{R^2 + X^2}\right)^* = \tag{18}$$

$$\left(\frac{1}{R^2 + X^2}(X^2R + jXR^2)\right)^* = \frac{X^2R}{R^2 + X^2} - j\frac{XR^2}{R^2 + X^2} \tag{19}$$

Q9, Q10

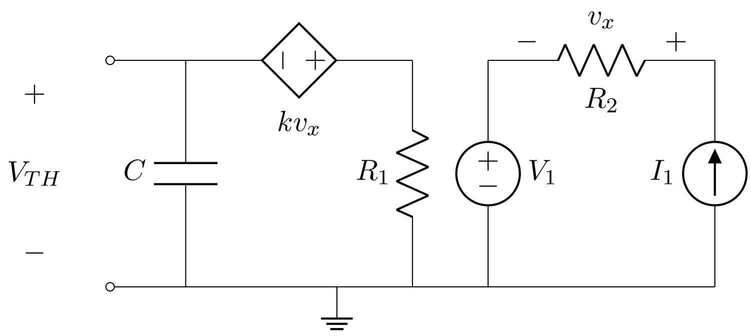
Bestäm real-/imaginärdelen av V_{TH}.



Lösningsförslag:
Vi kaller strömmen som rör sig upp genom R_1 (och ned genom Z_c) för i_x. Vi får att $v_x = R_2 I_1$. En KVL ger oss att $-i_x R_1 - kv_x - i_x Z_c = 0 \rightarrow i_x = \frac{-kR_2I_1}{R_1+Z_c}$. Vi får nu att $V_{TH} = Z_c\frac{-kR_2I_1}{R_1+Z_c}$. Ur detta, samt med siffervärden, kan vi lösa ut real- och imaginärdelen.

Q11, Q12

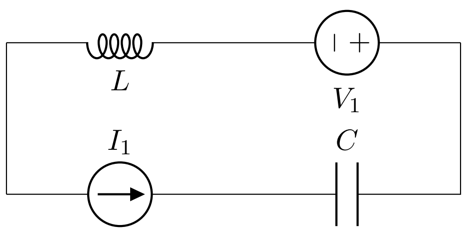
Bestäm real-/imaginärdelen av Z_{TH} sett in i den markerade porten.



Lösningsförslag:
På grund av den beroende källan kan vi inte nollställa källorna för att få fram Thevenin-impedansen. Med samma definition av i_x som ovan (där vi nu får att $i_x = I_N$), kortsluter vi porten (och därmed även kondensatorn) och får med en KVL $-i_x R_1 - kv_x = 0$. Vi har fortfarande att $v_x = R_2 I_1$ vilket ger oss att $i_x = \frac{-kR_2 I_1}{R_1} = I_N$. Tillsammans med $V_{TH} = Z_c \frac{-kR_2 I_1}{R_1 + Z_c}$ får vi att $Z_{TH} = V_{TH}/I_N = Z_c \frac{-kR_2 I_1}{R_1+Z_c} \frac{R_1}{-kR_2 I_1} = \frac{Z_c R_1}{Z_c + R_1}$. Ur detta, samt med siffervärden, kan vi lösa ut real- och imaginärdelen.

Q13

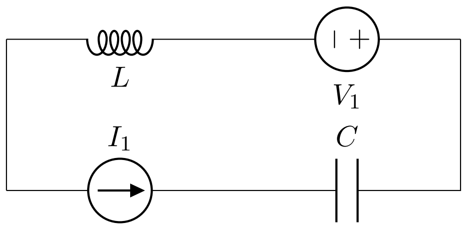
Bestäm den komplexa effekten som utvecklas i kondensatorn. Använd toppvärdesskalan.



Lösningsförslag:
$S_c = \frac{1}{2} Z_C |I_1|^2$

Q14

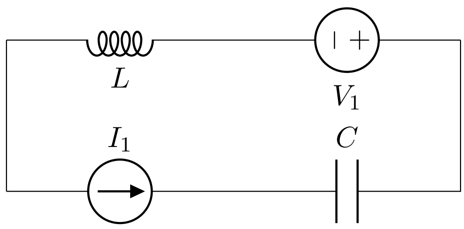
Bestäm den reaktiva effekten som utvecklas i V_1. Använd toppvärdesskalan.



Lösningsförslag:
Med passiv teckenkonvention får vi inget minustecken och $S_v = \frac{1}{2}V_1 I_1^*$. Ur detta, samt med siffervärden, kan vi lösa ut real- och imaginärdelen där den reaktiva effekten ges av imaginärdelen.

Q15

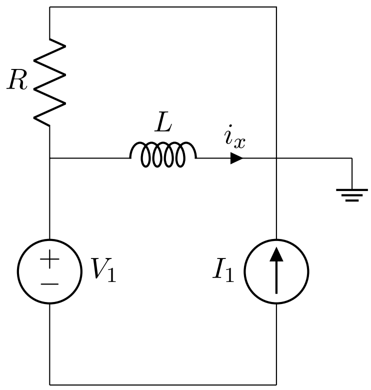
Bestäm den aktiva effekten som utvecklas i I_1. Använd toppvärdesskalan.



Lösningsförslag:
Vi definierar spänningsfallet, v_x, över I_1 som följer passiv teckenkonvention och vi får med en KVL $-V_1 - j\omega L I_1 - v_x - \frac{1}{j\omega C} I_1 = 0 \rightarrow v_x = -\left(V_1 + I_1\left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\right)$. Den komplexa effekten blir $S_I = \frac{1}{2} v_x I_1^* = -\frac{1}{2}\left(V_1 + I_1\left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\right) I_1^*$. Ur detta, samt med siffervärden, kan vi lösa ut real- och imaginärdelen där den aktiva effekten ges av realdelen.

Q16

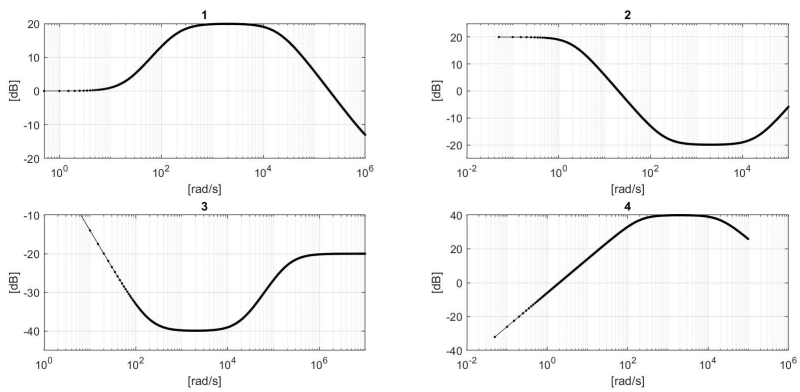
Antag att $I_1 = a + jb$. Bestäm realdelen av I_1 så att i_x blir helt reell.



Lösningsförslag:
Vi kan direkt använda en strömdelning men vi gör en KCL istället och får $\frac{v_a}{j\omega L} + \frac{v_a}{R} + I_1 = 0 \rightarrow v_a = \frac{-I_1 j\omega LR}{j\omega L + R}$. $i_x = \frac{v_a}{j\omega L} = \frac{-I_1 R}{j\omega L + R}$ (vilket stämmer med strömdelning). Vi generaliserar siffervärdena och får $i_x = \frac{-(a+jb)R}{jX+R} = \frac{-(a+jb)R*(R-jX)}{R^2+X^2} = \frac{-(aR^2 - jaRX + jbR^2 + bRX)}{R^2+X^2}$. Imaginärdelen av i_x blir noll om $-aRX + bR^2 = 0 \rightarrow a = b\frac{R}{X}$.

Q17

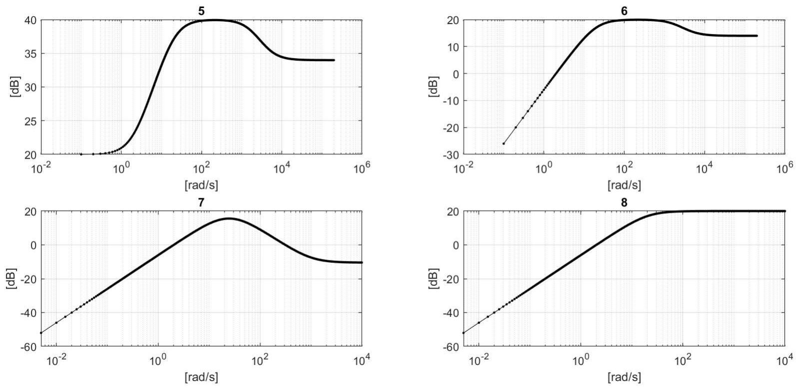
Ange vilket Bodediagramm nedan som stämmer överens med $H(\omega) = \frac{\left(1+\frac{j\omega}{200}\right)\left(1+\frac{j\omega}{20000}\right)}{\left(\frac{j\omega}{2}\right)\left(1+\frac{j\omega}{200000}\right)}$.



Lösningsförslag:
3

Q18

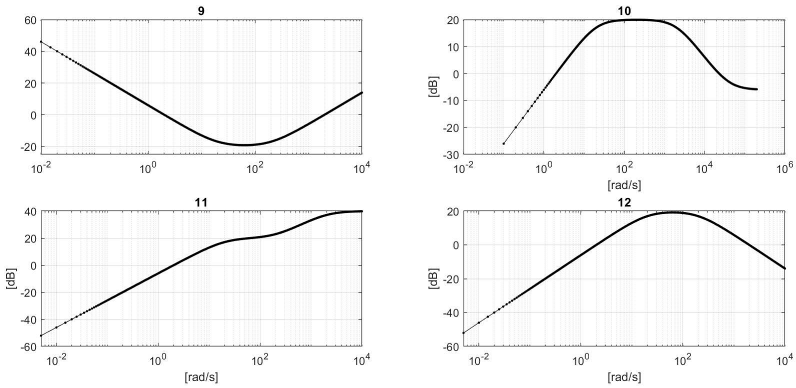
Ange vilket Bodediagramm nedan som stämmer överens med $H(\omega) = 10\frac{\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)\left(1+\frac{j\omega}{4000}\right)}{\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)\left(1+\frac{j\omega}{2000}\right)}$.



Lösningsförslag:
5

Q19

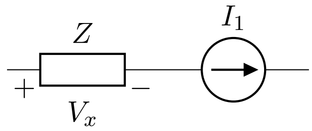
Ange vilket Bodediagramm nedan som stämmer överens med $H(\omega) = \frac{\left(\frac{j\omega}{2}\right)}{\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)\left(1+\frac{j\omega}{200}\right)}$.

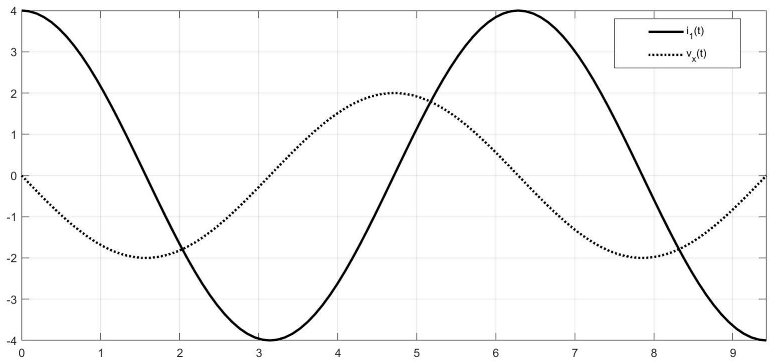


Lösningsförslag:
12

Q20, Q21

Nedan visas en del av en krets där $i_1(t)$ och $v_x(t)$ visas i grafen nedan. Använd I_1 som referens och ange absolutbeloppet/argumentet av Z.





Lösningsförslag:
$i_1(t)$ som referens ger oss $i_1(t) = 4\cos(\omega t + 0) \to v_x(t) = 2\cos(\omega t + \pi/2)$. Detta ger oss då $I_1 = 4$ och $V_x = 2e^{j\pi/2} = 2j \to Z = V_x/I_1 = \frac{j}{2} \to |Z| = \frac{1}{2}$ samt $arg\{Z\} = \pi/2$.

Q 22

Förklarande nedanstående punkter som behandlar trefassystem såsom vi diskuterat dem.

1. Vad innebär det att en trefaskälla är balanserad?

   - Det betyder att källans tre faser har samma amplitud och att argumenten är förskjutna $2\pi/3$ jämfört med varandra. T.ex. $v_a = 1+j$, $v_b = \sqrt{2}\cos(\omega t - 75°)$, $v_c = \sqrt{2}\angle 165°$

2. Vad innebär det att ett trefassystem är balanserat och symmetriskt?

   - Det betyder att källan är balanserad samt att impedanserna som finns i källan, ledningarna och lasten är lika för varje fas (men de behöver inte vara samma inom en given fas). Då behöves inte en återledare.

3. Vad innebär ”per fas analys” för trefassystem?

- Om trefassystemet är balanserat så räcker med det att titta på en given fas för att t.ex. beräkna effekten som utvecklas i fasens last och sen multiplicera med tre för att få den totala effekten som utvecklas i trefaslasten.