KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, TEN2
2022-06-08 kl 08–13.

Hjälpmedel: endast miniräknaren i uppgifterna.

- Var noga med hur du definierar dina strömmar och spänningar. Använd passiv teckenkonvention. Polariteten på spänningarna och riktningarna på strömmarna påverkar tecknen och man får lätt teckenfel om man inte är noga.
- Alla källor ska antas vara stationära växelströmskällor om inget annat explicit anges.
- De numeriska värdena för varje fråga slumpas för varje student. Tänka på att skriva ner din krets (för dig själv) när du räknar innan du använder värdena. Avrunda och svara med en decimals noggrannhet.
- Tänk efter innan du lämnar in eftersom du inte kan ändra dina svar sen.

Betygsgränserna är: 50% (E), 60% (D), 70% (C), 80% (B), 90% (A).
Observera att för godkänt tentaresultat krävs även att essäfrågan ("P"/"F"; dvs 1/0 poäng) kring kretsanalys och hållbar utveckling får ett godkänt utfall. För "Fx" krävs att maximalt 1 poäng drar ner resultatet under godkänt samt att ingen av de uppgifter där man behöver lämna hela sin lösning har mindre än 50

Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044)

Lycka till och ta det lugnt!

Q1

Beskriv hur hållbarheten för två elektrotekniska system kan jämföras (sett ur de 17 globala målen för hållbar utveckling som antagits av FN).
Lösningsförslag

Det finns mycket man kan säga och diskutera här (och hur man beskriver det) men kritiska punkter, sett ur kursen, är hur man kan se att energiåtgången blir annorlunda pga t.ex. förluster i resistorer som inte riktigt bidrar till kretsen, hur reaktanser kan förskjuta den skenbara effekten mer åt reaktiveffekt och därmed behöver man öka den skenbara effekten för att den aktiva effekten ska vara samma, hur materialåtgången blir annorlunda med olika antal och typer av komponenter samt även hur t.ex. ”cradle-to-grave” utsläppen påverkas.

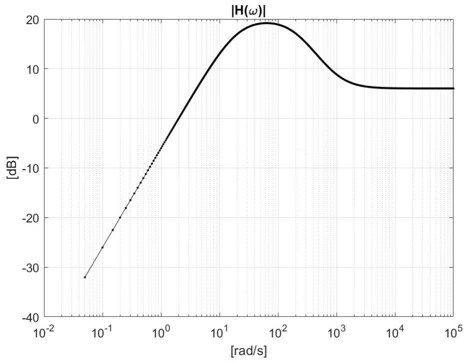
Q2

Beskriv fördelarna med ett kraftsystem som använder sig av trefas (växelström). Beskriv även de viktigaste kraven (utifrån kursens innehåll) för att ett sådant ska ha dessa fördelar och fungera.
Lösningsförslag

Kraven är att summan av de komplexa fasspänningarna för de individuella källorna ska vara noll, dvs de ska vara förskjutna $2\pi/3$ mot varandra samt ha samma amplitud. Fördelarna med ett sådant system är att, vid balans, slipper man (teoretiskt) att ha en återledare och därmed använder mindre material. (Även att den momentana effekten till lasten är konstant.)

Q3

Bestäm överföringsfunktionen som ger grafen nedan samt visa att den överensstämmer med grafen då ($\omega \to \infty$).

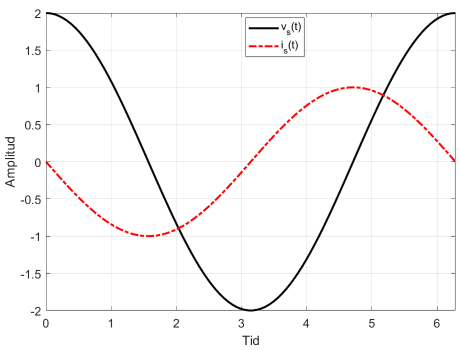


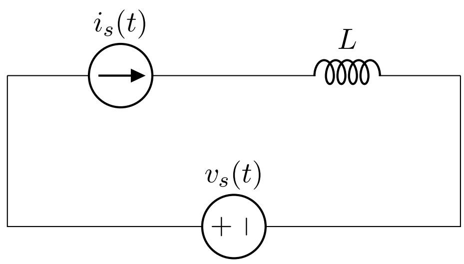
Lösningsförslag

Överföringsfunktionen är $H(\omega) = \frac{(j\omega/2)(1+j\omega/1000)}{(1+j\omega/20)(1+j\omega/200)}$.
När $\omega \to \infty$ får vi enligt approximationen för förstärkningen: $\left|\frac{(\omega/2)(\omega/1000)}{(\omega/20)(\omega/200)}\right| = 2$ vilket ger $20 * log_{10}(2) \approx 6$ som överensstämmer med grafen.

Q4

Visa explicit för kretsen nedan att summan av de komplexa effekterna är noll genom att beräkna den komplexa effekten för varje komponent. Antag att $Z_L = jX$ och använd v_s som referens och toppvärdesskalan för effekterna.





Lösningsförslag

Från graferna får vi $V_s = 2$ och $I_s = j$. Vi definierar ett spänningsfall över I_s vars polaritet är sådan att KVL:

$$+V_s - V_I - I_s * Z_L = 0 \leftrightarrow V_I = V_s - Is * Z_L = 2 - j * (jX) = 2 + X. \tag{1}$$

De komplexa effekterna och deras summa blir nu:

$$S_V = \frac{1}{2} V_s (-I_s)^* = j \tag{2}$$

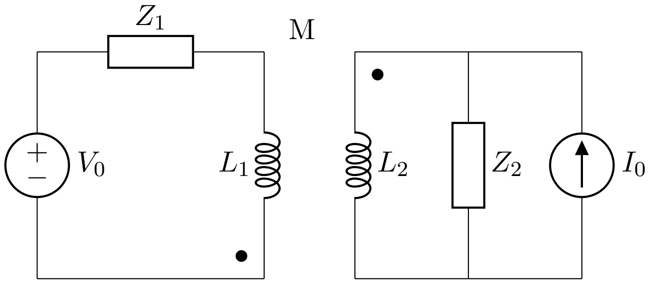
$$S_I = \frac{1}{2} V_I (I_s)^* = -j - j\frac{1}{2} X \tag{3}$$

$$S_L = \frac{1}{2} Z_L I_s (-I_s)^* = \frac{1}{2} Z_L |I_s|^2 = j\frac{1}{2} X \tag{4}$$

$$S_V + S_I + S_L = j + (-j - j\frac{1}{2} X) + j\frac{1}{2} X = 0 \tag{5}$$

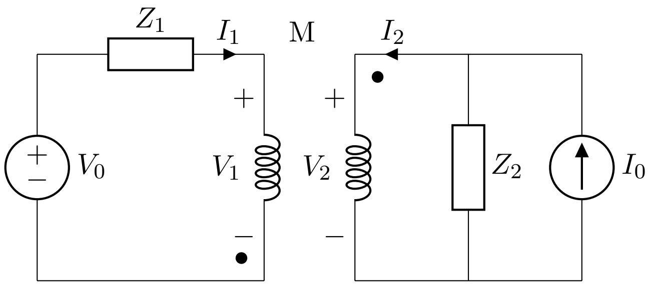
Q5

För kretsen här, ställa upp nödvändiga ekvationssystem/relationer som behöver lösas och visa tydligt hur de ska användas för att kunna lösa ut strömmarna genom L_1 och L_2 (dvs de som vi kallat I_1 och I_2) men du behöver **inte** lösa ut dem. Du måste **tydligt** visa, och **i ord beskriva**, din plan för hur problemet ska lösas för att få poäng.



Lösningsförslag

Vi definierar strömmarna enligt nedan och spänningarna som då följer passiv teckenkonvention. Vi får fyra kopplade ekvationer som vi kan använda, notera att vi får motverkande flöden i lindningarna och att vi gjort en källtransformation på sekundärsidan.

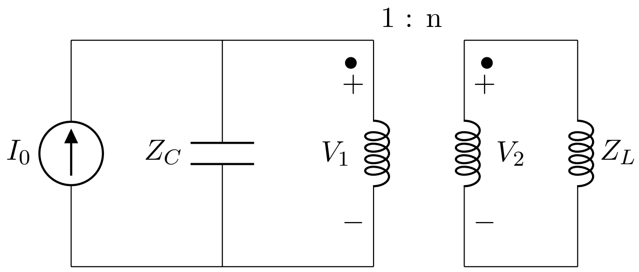


$$V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \tag{6}$$
$$V_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \tag{7}$$
$$+V_0 + I_1 Z_1 - V_1 = 0 \tag{8}$$
$$+I_0 Z_2 - I_2 Z_2 - V_2 = 0 \tag{9}$$
$$\tag{10}$$

Vi har nu fyra ekvationer med fyra obekanta. Vi kan t.ex. först sätta in uttrycken för V_1 och V_2 i de två andra som reducerar problemet. Ur de två kvarvarande ekvationerna kan man lösa ut I_1 och I_2.

Q6

I kretsen nedan finns en ideal transformator. Beräkna den komplexa effekten som utvecklas i primärsidans lindning samt den för sekundärsidans lindning och visa explicit att summan av dessa är noll genom att beräkna vad strömmarna blir genom dem. Förklara tydligt hur dina strömmar och spänningar definieras.



Lösningsförslag

Vi definierar strömmarna så att de följer passiv teckenkonvention (dvs går neråt genom lindningarna). Vi gör en källtransformation på primärsidan och eftersom det är en ideal transformator får vi:

$$+I_0 Z_c - I_1 Z_C - V_1 = 0 \tag{11}$$
$$+V_2 + I_2 Z_2 = 0 \tag{12}$$
$$V_2/V_1 = N_2/N_1 \tag{13}$$
$$I_2/I_1 = -N_1/N_2 \tag{14}$$
$$N_2/N_1 = n/1 \tag{15}$$

Vi kan lösa detta:

$$V_2 + I_2 Z_2 = nV_1 - I_1 \frac{1}{n} Z_L = 0 \rightarrow V_1 = I_1 \frac{Z_L}{n^2} \tag{16}$$

$$I_0 Z_c - I_1 Z_c - I_1 \frac{Z_L}{n^2} = 0 \rightarrow \tag{17}$$

$$I_1 = \frac{I_0 Z_c n^2}{Z_C n^2 + Z_L} \tag{18}$$

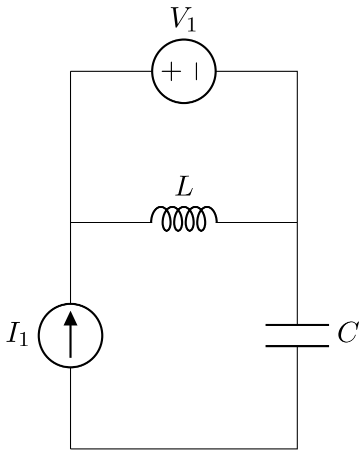
$$S_{prim} = V_1 I_1^* = V_1 \left(\frac{I_0 Z_c n^2}{Z_C n^2 + Z_L} \right)^* \tag{19}$$

$$S_{sek} = V_2 I_2^* = (nV_1) \left(\frac{-1}{n} \frac{I_0 Z_c n^2}{Z_C n^2 + Z_L} \right)^* \tag{20}$$

$$\rightarrow S_{prim} + S_{sek} = 0 \tag{21}$$

Q7

Beräkna den skenbara effekten som utvecklas i V_1. Använd RMS-skalan för effekten.



Lösningsförslag

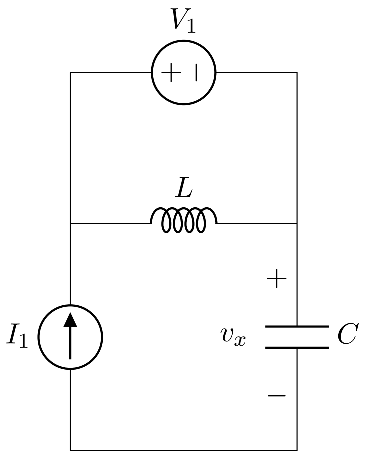
Strömmen, I_x, genom V_1, som definieras enligt passiv teckenkonvention fås med en KCL och den skenbara effekten som utvecklas blir (tänk på hur strömmen är riktad genom spänningsfallet och i det här fallet ska inget extra minustecken vara med):

$$-I_1 + I_x + V_1/Z_L = 0 \tag{22}$$

$$|S_V| = |V_1 I_x^*| = |V_1(I_1 - V_1/Z_L)^*| \tag{23}$$

Q8

Beräkna absolutbeloppet av v_x.

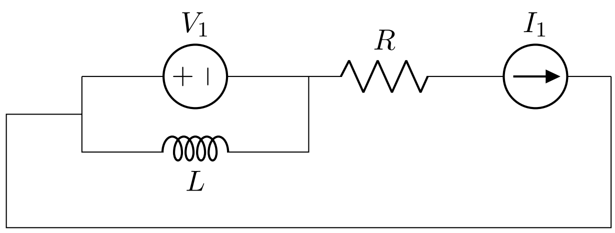


Lösningsförslag

$$v_x = |Z_c I_1| = |-jXI_1| = \sqrt{(-XI_1)^2} = XI_1 \quad (24)$$

Q9

Beräkna den skenbara effekten som utvecklas i I_1. Använd RMS-skalan för effekten.



Lösningsförslag

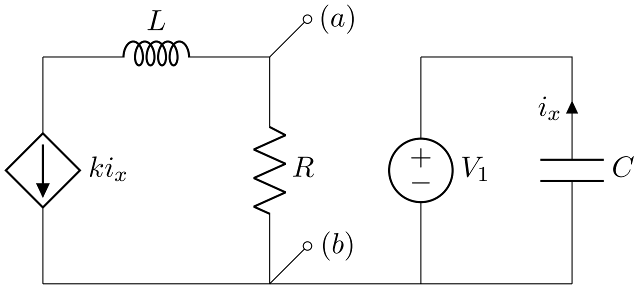
Vi definierar spänningsfallet, V_I, över I_1 enligt passiv teckenkonvention och med en KVL får vi denna. Sedan kan vi beräkna $|S_I|$ och tänker på hur strömmen är riktad genom spänningsfallet (i det här fallet ska inget extra minustecken vara med).

$$-V_1 - R_1 I_1 - V_I = 0 \quad (25)$$

$$|S_I| = |V_I I_1^*| = |(-V_1 - R_1 I_1) I_1^*| \quad (26)$$

Q10

Beräkna imaginärdelen av V_{TH} om $V_{TH} = v_a - v_b$.



Lösningsförslag

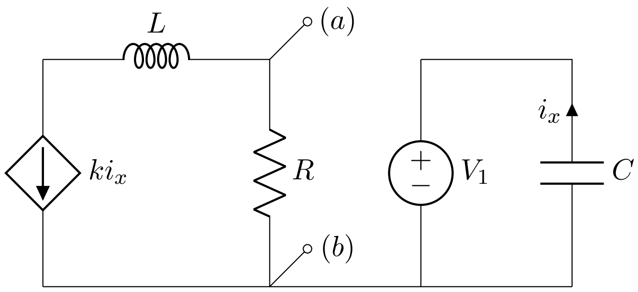
$$i_x = -V_1/Z_c \tag{27}$$

$$V_{TH} = v_a - v_b = v_a - 0 = -ki_xR = k\frac{V_1}{Z_c}R \rightarrow \tag{28}$$

$$Im\left\{V_{TH}\right\} = Im\left\{k\frac{V_1}{Z_c}R\right\} \tag{29}$$

Q11

Beräkna imaginärdelen av I_N om $V_{TH} = v_a - v_b$.



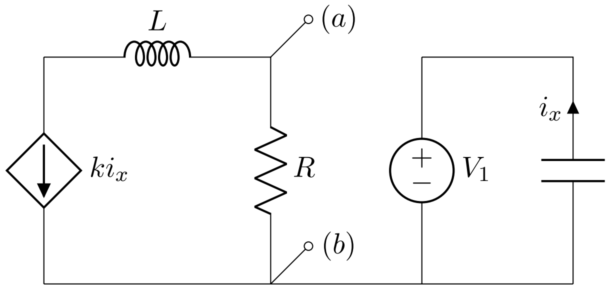
Lösningsförslag

$$i_x = -V_1/Z_c \tag{30}$$

$$I_N = -ki_x = k\frac{V_1}{Z_c} \tag{31}$$

Q12

Ange vilken last som ska kopplas till porten (a-b) om maximalt med aktiv effekt ska utvecklas i lasten.

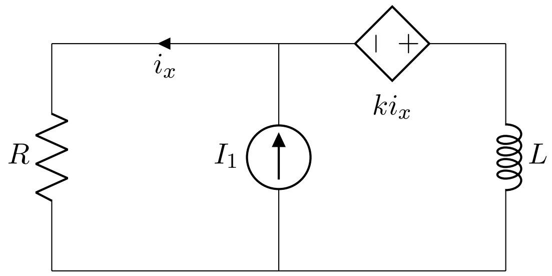


Lösningsförslag

Vi ska koppla lasten som uppfyller $Z = Z_{TH}^* = V_{TH}/I_N = R$

Q13, Q14

Bestäm realdelen/imaginärdelen av i_x.



Lösningsförslag

Sätt ut jord och nod "a". Ekvationerna av intresse är (t.ex.):

$$KCL_a\colon\ \frac{v_a}{R} - I_1 + \frac{v_a + ki_x}{j\omega L} = 0 \tag{32}$$

$$i_x = \frac{v_a}{R} \rightarrow \tag{33}$$

$$i_x - I_1 + \frac{Ri_x + ki_x}{j\omega L} = 0 \tag{34}$$

$$i_x = I_1 \frac{j\omega L}{R + k + j\omega L} \tag{35}$$

Uppgift 15

Om det i en generell impedans Z utvecklas den komplexa effekten S = P + jQ‘ bestäm då effektfaktorn (som vi även kallat ”pf”) för Z.
Lösningsförslag

$pf = cos(\phi_v - \phi_I) = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}$

Uppgift 16

Om det i en generell impedans Z utvecklas den komplexa effekten S = P + jQ bestäm då fasvinkeln (i radianer) mellan spänning och ström i Z (dvs argumentet för Z)
Lösningsförslag

$cos(\phi) = pf = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} \rightarrow \phi = cos^{-1}(pf)$, alternativt $\phi = tan^{-1}(\frac{Q}{P})$ om $P, Q > 0$, då det är samma fasvinkel.

Uppgift 17

Bestäm den maximala aktiva effekten, P, (effektivvärdesskalan) som kan utvecklas i en last Z, som har kopplats till en Theveninekvivalent. Antag att: $V_{TH} = a + jb$ och $Z_{TH} = R_{TH} + jX_{TH}$
Lösningsförslag

Maximal aktiv effekt om $Z = Z_{TH}^* \rightarrow P_{Z,max} = \frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}}$

Uppgift 18

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade) med cosinus som riktfas och ABC-sekvens?

$v_a = 2$
$v_b = 4\cos(\omega t + 120°)$
$v_c = \sqrt{4}\angle - 120°$

Lösningsförslag

Nej.

Uppgift 19

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade) med cosinus som riktfas och ABC-sekvens?

$v_a = 1 + j$

$v_b = \sqrt{2}\cos(\omega t - 75°)$

$v_c = \sqrt{2}\angle 165°$

Lösningsförslag

Ja.

Uppgift 20

Är förskjutningen mellan linjeströmmarna i ett balanserat trefassystem $\pm 120°$?

Lösningsförslag

Ja.

Uppgift 21

Hur stort är absolutbeloppet på spänningsfallet över återledaren i ett balanserat trefassystem om denna har impedansen Z = R + jX?

Lösningsförslag

0

Uppgift 22

Ett trefassystemet är balanserat och den komplexa effekten som utvecklas i en av trefaslastens faser är S = ‘P‘ + j‘Q‘. Hur stor är då den aktiva effekten, P, som utvecklas i trefaslasten ?

Lösningsförslag

$3P$
