

## KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, kontrollskrivning (KS1) 2022-09-19 kl 08–10.

- Var noga med hur du definierar dina strömmar och spänningar. Använd passiv teckenkonvention. Polariteten på spänningarna och riktningarna på strömmarna påverkar tecknen och man får lätt teckenfel om man inte är noga.
- Alla källor ska antas vara stationära likströmskällor om inget annat explicit anges.
- För vissa frågor är de numeriska värdena slumpade för varje student. Tänka på att skriva ner din krets (för dig själv) när du räknar innan du använder värdena. Avrunda och svara med en decimal.

**Hjälpmedel:** Miniräknaren i Canvas.

**Gränserna är:** 50% (1 Bp.) och 75% (2 Bp.)

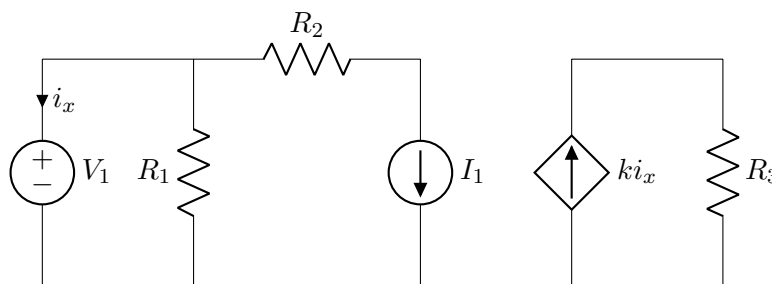
**Examinator:** Daniel Månsson (08 790 9044)

Lycka till och ta det lugnt!

---

### Uppgift 1

Bestäm effekten som utvecklas i  $ki_x$ . Du ska visa hela din lösning (som ska vara tydlig) och uttrycket i slutet ska endast innehålla de kända storheterna (dvs komponentvärdena i kretsen).



#### Lösning:

Sätter jord längst ner och benämner noden, som  $R_1$ ,  $V_1$  och  $R_2$  delar, för nod a.

$$\mathbf{KCL.a:} \quad \frac{v_a - 0}{R_1} + I_1 + i_x = 0 \quad (1)$$

$$v_a = V_1 \rightarrow \quad (2)$$

$$i_x = -I_1 - \frac{V_1}{R_1} \quad (3)$$

Vi definierar en spänning,  $v_y$  över  $ki_x$ , t.ex. med "+"-polen uppåt, vilket, tillsammans med  $i_x$  och passiv teckenkonvention, ger oss:

$$\mathbf{KVL:} \quad +v_y - ki_x R_3 = 0 \rightarrow \quad (4)$$

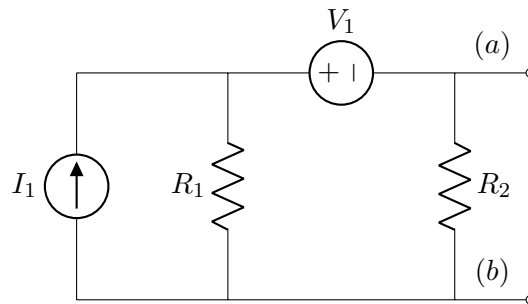
$$v_y = kR_3 \left( -I_1 - \frac{V_1}{R_1} \right) \rightarrow \quad (5)$$

$$P_{kv_x} = v_y(-ki_x) = \quad (6)$$

$$= kR_3 \left( -I_1 - \frac{V_1}{R_1} \right) \left( -k \left( -I_1 - \frac{V_1}{R_1} \right) \right) = -k^2 R_3 \left( I_1 + \frac{V_1}{R_1} \right)^2 \quad (7)$$

## Uppgift 2

För kretsen nedan, bestäm (sett in i porten "a-b"): 1) Thevenin-spänningen  $V_{TH}$ , 2) Norton-strömmen  $I_N$ , 3) Thevenin-resistansen  $R_{TH}$ . Du ska visa hela din lösning (som ska vara tydlig) och uttrycket i slutet (för varje deluppgift) ska endast innehålla de kända storheterna (dvs komponentvärdena i kretsen).



### Lösning:

Vi kan göra en källtransformering på  $I_1$  och  $R_1$  varefter vi gör en KVL runt slingan. Vi definierar även en ström  $i_x$  som går igenom  $V_1$  (den följer spänningsfallet) samt även nu genom  $R_1$  och "ner" genom  $R_2$ . Vi börjar med att undersöka  $V_{TH}$  (m.h.a  $i_x$  och  $R_2$ ) som vi definierar såsom  $V_{TH} = v_a - v_b$ .

$$\mathbf{KVL:} \quad +I_1 R_1 - i_x R_1 - V_1 - R_2 i_x = 0 \rightarrow \quad (8)$$

$$i_x = (I_1 R_1 - V_1) \frac{1}{R_1 + R_2} \quad (9)$$

$$V_{TH} = R_2 i_x = (I_1 R_1 - V_1) \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (10)$$

(Man kunde även ha gjort en spänningsdelning efter källtransformeringen eller en superposition på den ursprungliga kretsen.)

Nu kortsluter vi porten (a-b) och beräknar  $I_N$  (vi måste tänka på att strömmens riktning ska vara enligt passiv teckenkonvention och följa spänningsfallet  $V_{TH}$  som vi definierade

ovan, dvs gå från "a" till "b"). Vi använder samma källstransformering och får nu ( $R_2$  kortsluts och "försvinner" här):

$$\mathbf{KVL: } I_1 R_1 - I_N R_1 - V_1 = 0 \rightarrow \quad (11)$$

$$I_N = (I_1 R_1 - V_1) \frac{1}{R_1} = I_1 - \frac{V_1}{R_1} \quad (12)$$

Till sist undersöker vi:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} \quad (13)$$

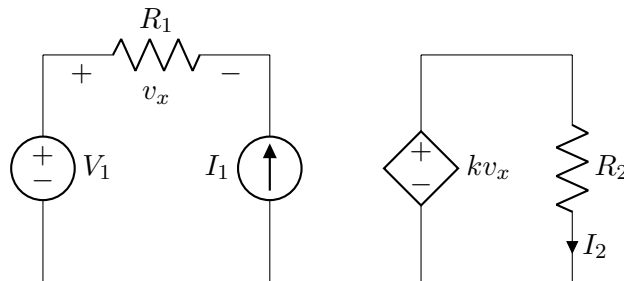
$$= (I_1 R_1 - V_1) \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_1}{(I_1 R_1 - V_1)} \quad (14)$$

$$= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (15)$$

Om vi nollställer källorna,  $V_1$  som en kortslutning och  $I_1$  som ett avbrott så ser vi att den ekvivalenta resistansen som är kvar blir  $R_1$  parrallelkopplad med  $R_2$  så det stämmer.

### Uppgift 3

Bestäm  $I_2$  i kretsen nedan, ange numeriskt svar givet de i Canvas givna värdena för uppgiften här.



**Lösning:**

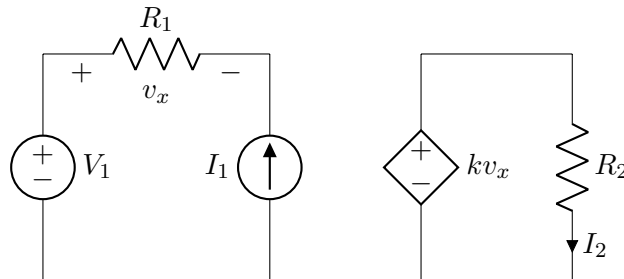
$$\mathbf{KVL: } +kv_x - I_2 R_2 = 0 \quad (16)$$

$$v_x = -R_1 I_1 \quad (17)$$

$$I_2 = \frac{k}{R_2} (-R_1 I_1) \quad (18)$$

## Uppgift 4

Bestäm effekten som utvecklas i  $I_1$  i kretsen nedan, ange numeriskt svar givet de i Canvas givna värdena för uppgiften här.



### Lösning:

Vi definierar en spänning,  $v_y$  över  $I_1$ , t.ex. med ”+”-polen uppåt, vilket, tillsammans med passiv teckenkonvention (där strömmen inte följer spänningsfallets riktning, dvs  $I_1$  lämnar ”+”-polen av  $v_y$ ), ger oss:

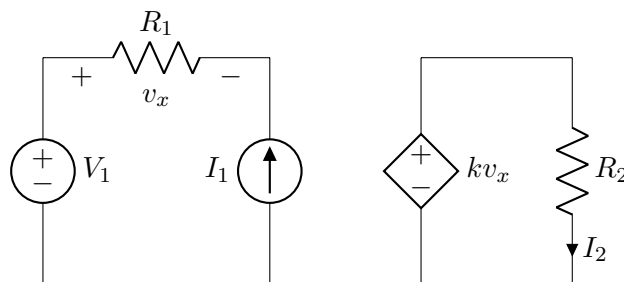
$$\text{KVL: } +v_y - R_1 I_1 - V_1 = 0 \quad (19)$$

$$P_{I_1} = v_y(-I_1) = (V_1 + R_1 I_1)(-I_1) \quad (20)$$

---

## Uppgift 5

Bestäm effekten som utvecklas i  $R_1$  i kretsen nedan, ange numeriskt svar givet de i Canvas givna värdena för uppgiften här.



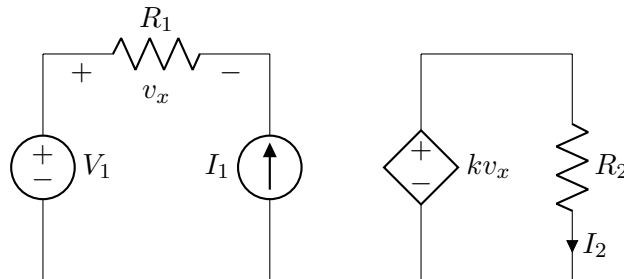
### Lösning:

$$P_{R_1} = R_1 I_1^2 (> 0; ok) \quad (21)$$

---

## Uppgift 6

Bestäm effekten som utvecklas i  $kv_x$  i kretsen nedan, ange numeriskt svar givet de i Canvas givna värdena för uppgiften här.



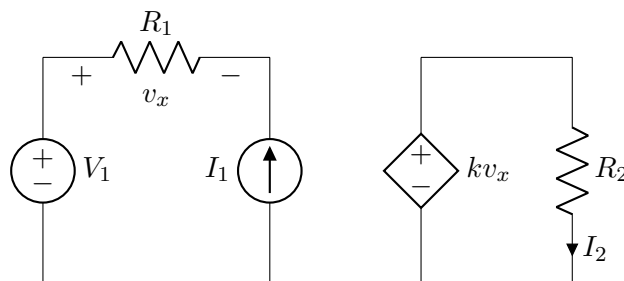
**Lösning:**

$$P_{kv_x} = kv_x(-I_2) = k(-R_1 I_1) \left( -\frac{k}{R_2} (-R_1 I_1) \right) = -\frac{k^2}{R_2} (R_1 I_1)^2 \quad (22)$$

---

## Uppgift 7

Bestäm effekten som utvecklas i  $V_1$  i kretsen nedan, ange numeriskt svar givet de i Canvas givna värdena för uppgiften här.



**Lösning:**

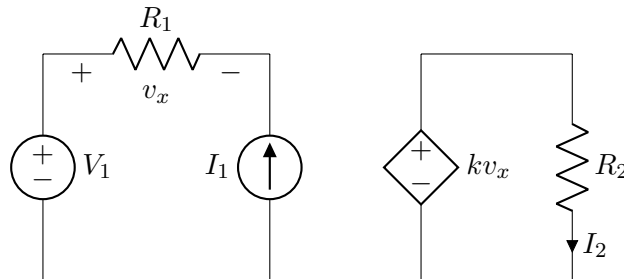
Passiv teckenkonvention ger oss (strömmen följer spänningsfallet).

$$P_{V_1} = V_1 I_1 \quad (23)$$

---

## Uppgift 8

Bestäm effekten som utvecklas i  $R_2$  i kretsen nedan, ange numeriskt svar givet de i Canvas givna värdena för uppgiften här.



**Lösning:**

$$P_{R_2} = R_1 I_2^2 = R_2 \left( \frac{k}{R_2} (-R_1 I_1) \right)^2 = \frac{k^2}{R_2} (R_1 I_1)^2 (> 0; ok) \quad (24)$$

För att kontrollera våra steg kan man undersöka om effekterna summeras till noll.

$$\sum P = P_{V_1} + P_{R_1} + P_{I_1} + P_{R_2} + P_{kv_x} = V_1 I_1 + R_1 I_1^2 + (V_1 + R_1 I_1)(-I_1) + \frac{k^2}{R_2} (R_1 I_1)^2 + \left(-\frac{k^2}{R_2} (R_1 I_1)^2\right) = 0.$$

Q.E.D.

---