KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, TEN2 2023-03-16 kl 08–13.

Hjälpmedel: endast miniräknaren i uppgifterna.

- Var noga med hur du definierar dina strömmar och spänningar. Använd passiv teckenkonvention. Polariteten på spänningarna och riktningarna på strömmarna påverkar tecknen och man får lätt teckenfel om man inte är noga.
- Alla källor ska antas vara stationära växelströmskällor om inget annat explicit anges.
- De numeriska värdena för varje fråga slumpas för varje student. Tänka på att skriva ner din krets (för dig själv) när du räknar innan du använder värdena. Avrunda och svara med en decimals noggrannhet.
- Tänk efter innan du lämnar in eftersom du inte kan ändra dina svar sen.

Betygsgränserna är: 50% (E), 60% (D), 70% (C), 80% (B), 90% (A).
Observera att för godkänt tentaresultat krävs även att essäfrågan (”P”/”F”; dvs 1/0 poäng) kring kretsanalys och hållbar utveckling får ett godkänt utfall (man kan även få ”Fx” på enbart essäfrågan). För ”Fx” krävs att maximalt 1 poäng drar ner resultatet under godkänt samt att ingen av de uppgifter där man behöver lämna hela sin lösning har mindre än 50

Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044)

Lycka till och ta det lugnt!

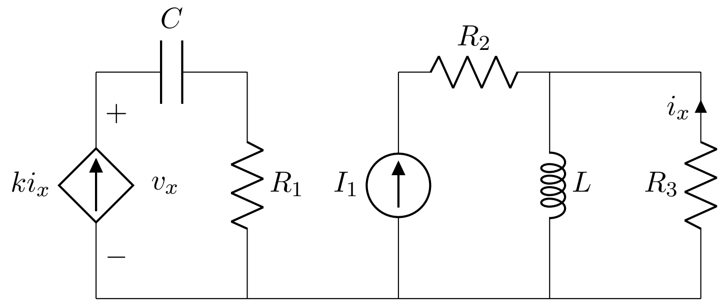
Q1

En elak, och hypotetisk, kemiprofessor påstår hånfullt att en elektroingenjör kan minsann inte, med hjälp av kretsanalys, bedöma eller argumentera för hållbarheten hos ett energilagringssystem. Visa genom tydliga argument att professor Sur Puppa har fel. Koppla till de olika hållbarhetsaspekterna såsom vi diskuterat i kursen.

Lösningsförslag:
En analys ska innehålla en diskussion (som kan skrivas på olika sätt) kring delar av hur kretsanalys som verktyg kan användas för att analysera en elektroteknisk komponent (eller system) utifrån energieffektivitet, förluster och värmeutveckling, de (komplexa) effekter som utvecklas i olika komponenter/delar inkluderat hur dessa bör minskas genom t.ex. lämplig faskompensering, strömflöden, uppskattningar av degradering av komponenter och optimera livslängden, materialåtgång och återvinning/återanvändning etc. Dessa ska länkas till de olika hållbarhetsmålen såsom gjorts på föreläsningen.

Q2

För kretsen här, bestäm v_x. Slututtrycket ska vara rimligt förenklat och förståeligt. Du behöver inte ange hela din lösning, bara slututtrycket för v_x.



Lösningsförslag:

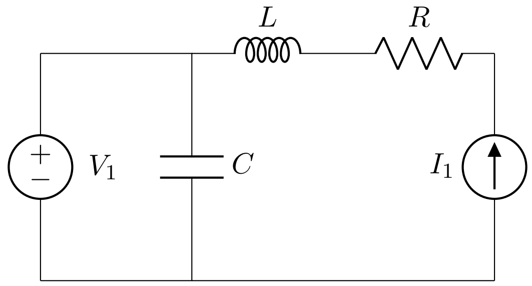
$$i_x = -I_1 \frac{j\omega L}{R_3 + j\omega L} \tag{1}$$

$$+v_x - ki_x \frac{1}{j\omega C} - ki_x R_1 = 0 \tag{2}$$

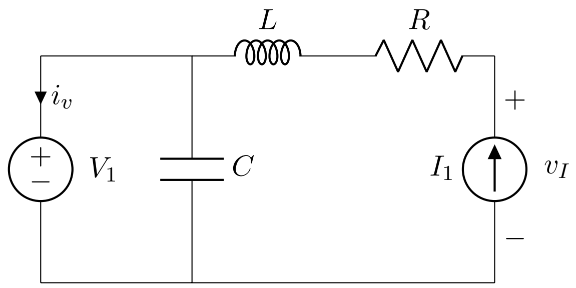
$$v_x = ki_x \left(\frac{1}{j\omega C} + R_1\right) = -k\left(\frac{1}{j\omega C} + R_1\right)\left(I_1 \frac{j\omega L}{R_3 + j\omega L}\right) \tag{3}$$

Q3

För kretsen nedan, beräkna den komplexa effekten som utvecklas i varje komponent och visa explicit vad summan blir. Visa hela din lösning.



Lösningsförslag:



Vi definierar strömmen i_v som går ner genom V_1 samt ett spänningsfall v_I över I_1 med plus polen högst upp. Använder toppvärdesskalan för de komplexa effekterna.

$$\text{KCL: } +i_v + V_1 j\omega C - I_1 = 0 \rightarrow i_v = I_1 - V_1 j\omega C \tag{4}$$

$$\text{KVL: } V_1 + I_1(R + j\omega L) - v_I = 0 \rightarrow \tag{5}$$

$$v_I = V_1 + I_1(R + j\omega L) \tag{6}$$

$$\sum S = S_V + S_C + S_L + S_R + S_I \rightarrow \tag{7}$$

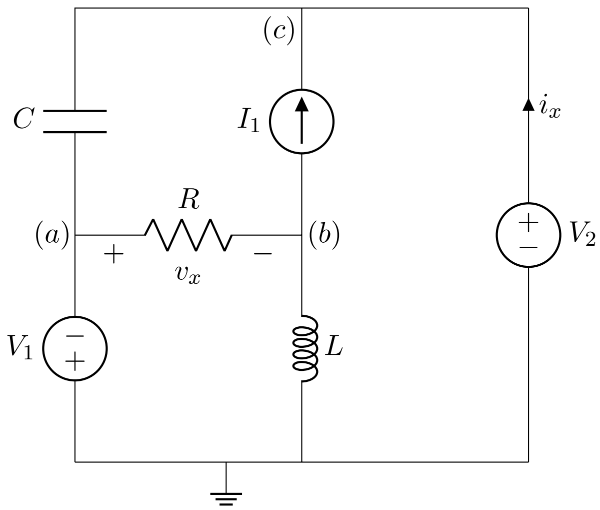
$$\frac{1}{2}\left(V_1 i_v^* + V_1 \left(\frac{V_1}{Z_C}\right)^* + |I_1|^2 Z_L + |I_1|^2 R + v_I(-I_1)^*\right) = \tag{8}$$

$$\frac{1}{2}\left(V_1(I_1 - V_1 j\omega C)^* + V_1 \left(V_1 j\omega C\right)^* + |I_1|^2 j\omega L + |I_1|^2 R - (V_1 + I_1(R + j\omega L))I_1^*\right) \tag{9}$$

$$= 0 \tag{10}$$

Q4

För kretsen här, bestäm i_x och v_x. Slututtrycken ska vara rimligt förenklade. Visa hela din lösning.



Lösningsförslag:

$$v_x = v_a - v_b \tag{11}$$

$$v_a = -V_1 \tag{12}$$

$$v_c = V_2 \tag{13}$$

$$\text{KCL.b:} \quad \frac{v_b - (-V_1)}{R} + I_1 + \frac{v_b - 0}{j\omega L} = 0 \rightarrow \tag{14}$$

$$v_b = -\left(\frac{V_1}{R} + I_1\right) \frac{Rj\omega L}{R + j\omega L} \tag{15}$$

$$v_x = \left(\frac{V_1}{R} + I_1\right) \frac{Rj\omega L}{R + j\omega L} - V_1 \tag{16}$$

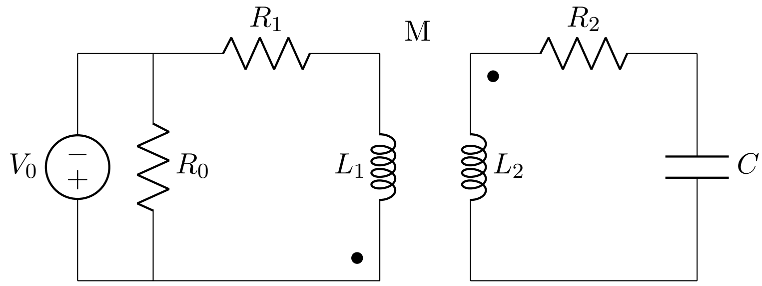
$$\text{KCL.c:} \quad - i_x - I_1 + (V_2 - (-V_1))j\omega C = 0 \tag{17}$$

$$i_x = (V_2 + V_1)j\omega C - I_1 \tag{18}$$

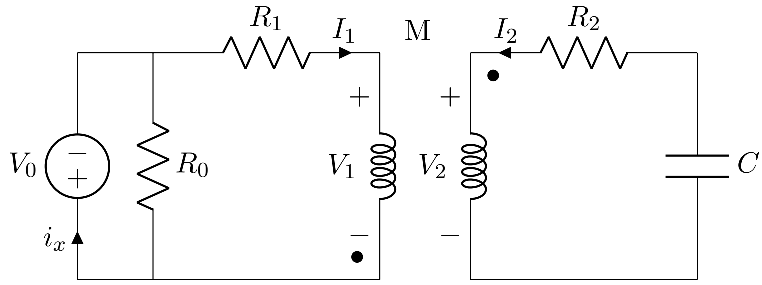
Q5

För kretsen här, ställa upp nödvändiga ekvationssystem/relationer som behövs lösas och visa tydligt hur de ska användas för att beräkna den aktiva effekten som utvecklas i V_0

(men du behöver inte lösa dem). Du måste tydligt visa, och i ord beskriva, din plan för hur problemet ska lösas för att få poäng.



Lösningsförslag:



Vi definierar strömmarna I_1 och I_2 på primär- och sekundärsidan som ger upphov till spänningsfall som följer dem enligt passiv teckenkonvention. Vi får motverkande flöden pga hur strömmarna flyter in i prickarna. Vi definierar även en ström, i_x, som flyter upp genom V_1.

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \tag{19}$$

$$V_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \tag{20}$$

$$\text{KVL.sekundärsidan:} \ + V_2 + I_2 R_2 + I_2 \frac{1}{j\omega C} = 0 \tag{21}$$

$$\text{KVL.primärsidan:} \ - V_0 - I_1 R_1 - V_1 = 0 \tag{22}$$

$$\text{KCL.primärsidan:} \ - i_x - \frac{V_0}{R_0} + I_1 = 0 \tag{23}$$

$$\rightarrow \tag{24}$$

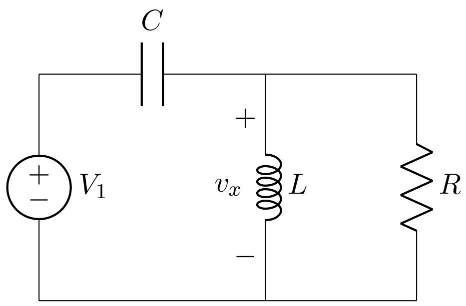
$$P_{V_0} = Re\left\{\frac{1}{2} V_0 i_x^*\right\} \tag{25}$$

Vi har fem obekanta och fem ekvationer att jobba primärt med. Vi kan lösa ut I_1 och I_2 m.h.a V_1 och V_2 som sen ger oss i_x och till sist S_{V_0} mha passiv teckenkonvention.

---

q6

För kretsen här, ange $|v_x|$.



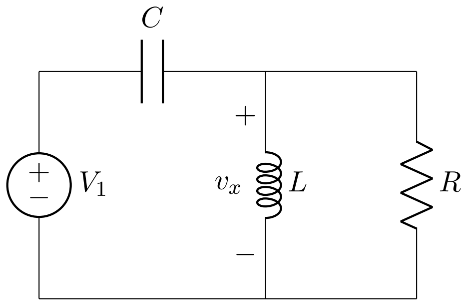
Lösningsförslag:
Här i uppgiften ges värden sådana att $j\omega L = jX$ och $\frac{1}{j\omega C} = -jX$ samt att $V_1 = a$ är rent reell.

$$v_x = V_1 \frac{\frac{Rj\omega L}{R+j\omega L}}{\frac{Rj\omega L}{R+j\omega L} + \frac{1}{j\omega C}} = \tag{26}$$

$$j\frac{RV_1}{X} \to |v_x| = \frac{RV_1}{X} \tag{27}$$

q7/q8

För kretsen här, bestäm real-/imaginärdelen av strömmen som flyter uppåt genom V_1. Använd toppvärdesskalan.



Lösningsförslag:

Siffervärdena i uppgiften är sådana att $V_1 = a$, $S_R = P$, $S_C = -jQ_C$ och $S_L = jQ_L$.

$$\sum S = 0 = S_R + S_L + S_C + S_V \tag{28}$$

$$P + jQ_L - jQ_C - \frac{1}{2} V_1 I_V^* = 0 \rightarrow \tag{29}$$

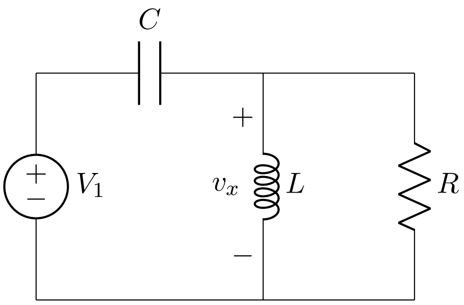
$$I_V = \frac{2}{a} \left(P + j(Q_C - Q_L) \right). \tag{30}$$

Ur detta får vi real- och imaginärdelen.

---

q9

För kretsen nedan levererar V_1 den aktiva effekten P med effektfaktorn pf. Bestäm absolutbeloppet av den reaktiva effekten som utvecklas i V_1.



Lösningsförslag:

$$pf = \cos(\Delta\phi) = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \rightarrow \tag{31}$$

$$Q = \sqrt{\left(\frac{P}{\cos(\Delta\phi)} \right) - P^2} \rightarrow |Q| = ... \tag{32}$$

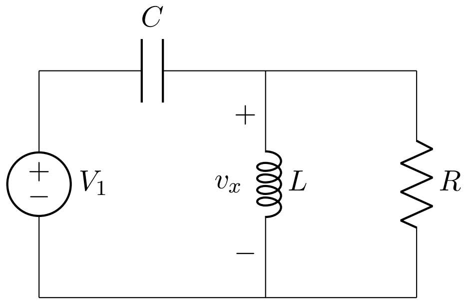
$$\text{alternativt:} \tag{33}$$

$$Q = P \tan(\cos^{-1}(pf)) \rightarrow |Q| = ... \tag{34}$$

---

q10

För kretsen nedan levererar V_1 den skenbara effekten $|S|$. Om det i de andra komponenterna utvecklas den reaktiva effekten Q vilken aktiv effekt (med korrekt tecken) utvecklas då i källan?



Lösningsförslag:

$$\Sigma S = 0 \leftrightarrow P_V + jQ_V + P_{resten} + jQ_{resten} = 0 \rightarrow \tag{35}$$
$$Q_V + Q_{resten} = 0 \tag{36}$$
$$P_V + P_{resten} = 0 \tag{37}$$
$$|S_V| = |S_{resten}| = \sqrt{P_{resten}^2 + Q_{resten}^2} \tag{38}$$
$$P_{resten} = \pm\sqrt{|S_V|^2 - Q_{resten}^2} \rightarrow \tag{39}$$
$$P_{resten} = P_R > 0 \rightarrow P_V = -\sqrt{|S_V|^2 - Q_{resten}^2} \tag{40}$$

---

q11

Antag att en last kopplas till en Theveninekvivalent så att maximalt med aktiv effekt utvecklas i lasten. Vilken reaktiv effekt utvecklas då i lasten?

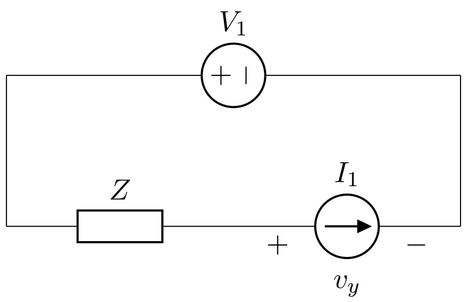
Lösningsförslag:

$$Z' = Z_{TH}^* \rightarrow \tag{41}$$
$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + Z_{TH}^*} = \frac{V_{TH}}{2R_{TH}} \tag{42}$$
$$S_{Z'} = Z'II^* = (R_{TH} - jX_{TH})\frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}^2} \rightarrow \tag{43}$$
$$Q_{Z'} = -X_{TH}\frac{|V_{TH}|^2}{4R_{TH}^2} \tag{44}$$

---

q12

För kretsen här, bestäm $|v_y|$.



Lösningsförslag:

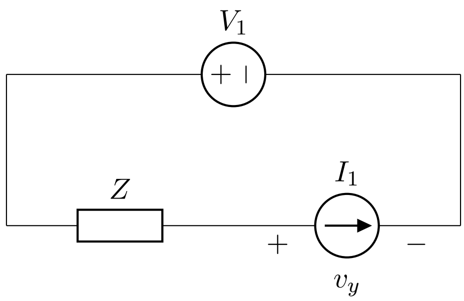
$$v_y = V_1 - I_1 Z \tag{45}$$

Vi har siffervärden i uppgiften som gav $V_1 = jb$, $I_1 = a$ samt $Z = R + jX$. Vi får nu $v_y = -aR + j(b - aX)$ samt sen $|v_y| = \sqrt{(aR)^2 + (b - aX)^2}$.

---

q13

För kretsen här, bestäm argumenten av v_y.

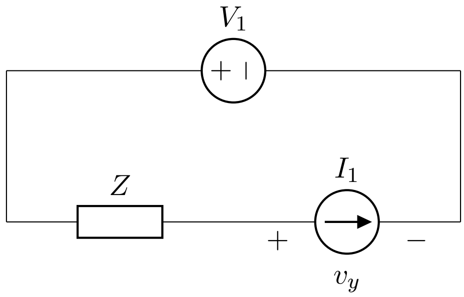


Lösningsförslag:
Vi har $v_y = V_1 - I_1 Z$ och vi får med siffervärdena i uppgiften ($V_1 = jb$, $I_1 = a$ samt $Z = R + jX$) att $v_y = -aR + j(b - aX)$. Värdena på dessa var valda så att $-aR < 0$ och att $b - aX > 0$ så vi befinner oss i andra kvadranten av enhetscirklen och vi får då $arg(v_y) = \pi/2 + \tan^{-1}\left(\frac{aR}{b-aX}\right)$.

---

q14

För kretsen här, bestäm effektfaktorn för Z.

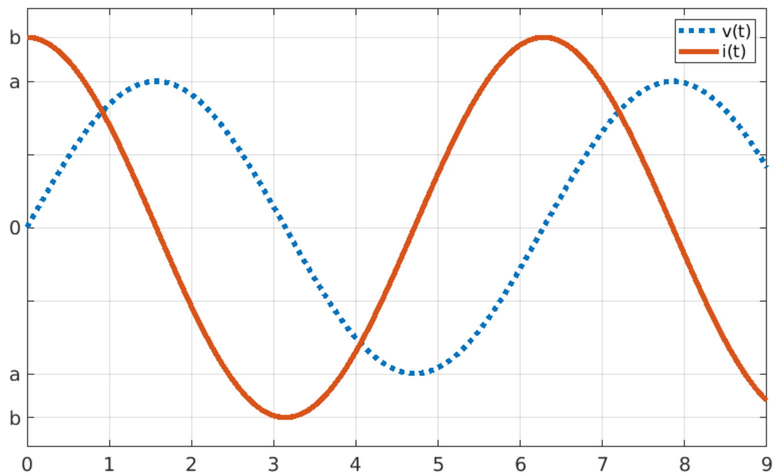


Lösningsförslag:
$Z = R + jX$.

$$pf = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{R|I|^2}{\sqrt{(R|I|^2)^2 + (X|I|^2)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \tag{46}$$

q15

För spänningen och strömmen som visas här, bestäm reaktansen för komponenten. Använd att $i(t)$ är referens och att a samt b är givna.



Lösningsförslag:

$$i(t) = b\cos(\omega t) \rightarrow I = b \tag{47}$$

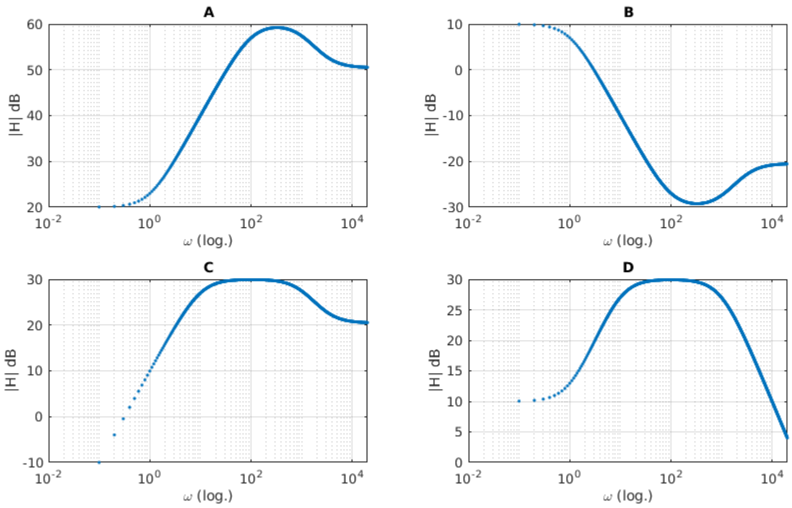
$$v(t) = a\cos(\omega t - \pi/2) \rightarrow V = ae^{-j\frac{\pi}{2}} = -ja \tag{48}$$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{-ja}{b} \rightarrow X_Z = \frac{-a}{b}. \tag{49}$$

---

q16

Matcha rätt Bodediagram med rätt överföringsfunktion.



Lösningsförslag:

- A: H = sqrt(100)*(1+jw/1)*(1+jw/3000) / ((1+jw/100) * (1+jw/1000))

- B: H = sqrt(10)*(1+jw/1000)*(1+jw/100) / ((1+jw/1) * (1+jw/3000))

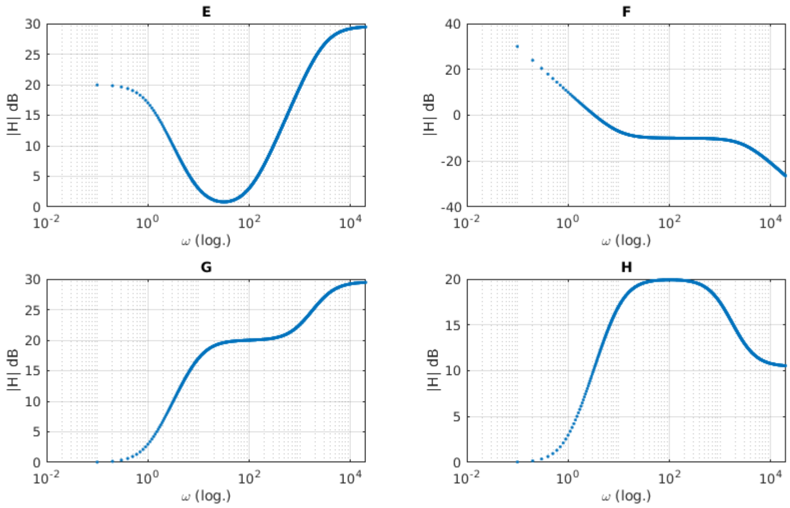
- C: H = sqrt(10)*(jw/1)*(1+jw/3000) / ((1+jw/10) * (1+jw/1000))

- D: H = sqrt(10)*(1+jw/1) / ((1+jw/10) * (1+jw/1000))

---

q17

Matcha rätt Bodediagram med rätt överföringsfunktion.



Lösningsförslag:

- E: H = sqrt(100)*(1+jw/10)*(1+jw/100) / ((1+jw/1) * (1+jw/3000))
- F: H = sqrt(10)*(1+jw/10) / ((jw/1) * (1+jw/3000))
- G: H = (1+jw/1)*(1+jw/1000) / ((1+jw/10) * (1+jw/3000))
- H: H = (1+jw/1)*(1+jw/3000) / ((1+jw/10) * (1+jw/1000))

---

q18

Antag att $v(t) = A\cos(\omega t + \phi)$. Ange imaginärdelen av V.

Lösningsförslag:
$Im\{V\} = A\sin(\phi)$

q19

Antag att $v(t) = A\cos(\omega t + \phi)$. Ange realdelen av V.

Lösningsförslag:
$Re\{V\} = A\cos(\phi)$

---

q20

1. ”S = 1.3 - 6.2j. Aktiv effekt förbrukas och reaktiv effekt levereras.” - Sant
2. ”S = -4.1 +2.2 j. Aktiv effekt förbrukas och reaktiv effekt levereras.” - Falskt
3. ”S = 3.5*(cos(pi/4) + jsin(pi/4)). Aktiv effekt förbrukas och reaktiv effekt levereras.” - Falskt
4. ”En induktans levererar reaktiv effekt.” - Falskt
5. ”En kapacitans levererar reaktiv effekt.” - Sant
6. ”En resistans kan leverera reaktiv effekt.” - Falskt
7. ”En induktans kan förbruka aktiv effekt.” - Falskt

---

q21

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla?
$v_a = 3\angle -120°$
$v_b = \sqrt{9}\cos(\omega t + 120°)$
$v_c = 3\angle 0°$

Lösningsförslag:
Ja, summan av de komplexa storheterna är noll, dvs amplituderna är lika och de är inbördes förskjutna $2\pi/3$ ($120°$).

---

q22

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla?

$v_a = 1\angle 10°$
$v_b = \sqrt{1}\angle -110°$
$v_c = 1\angle 110°$

Lösningsförslag:
Nej, summan av de komplexa storheterna är inte noll, dvs amplituderna är olika och de är inte inbördes förskjutna $2\pi/3$ (120°).

---

q23

Kan följande vara linjeimpedanserna i ett balanserat trefassystem?

$Z_{1a} = 1 + j$
$Z_{1b} = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}$
$Z_{1c} = 2\angle -45°$

Lösningsförslag:
Nej, de är inte lika.