KTH ei1110 Elkretsanalys (utökad kurs) CELTE, TEN2
2023-06-07, kl. 08–13.

Hjälpmedel: endast miniräknaren i uppgifterna.

- Var noga med hur du definierar dina strömmar och spänningar. Använd passiv teckenkonvention. Polariteten på spänningarna och riktningarna på strömmarna påverkar tecknen och man får lätt teckenfel om man inte är noga.
- Alla källor ska antas vara stationära växelströmskällor om inget annat explicit anges.
- De numeriska värdena för varje fråga slumpas för varje student. Tänka på att skriva ner din krets (för dig själv) när du räknar innan du använder värdena. Avrunda och svara med en decimals noggrannhet.
- Tänk efter innan du lämnar in eftersom du inte kan ändra dina svar sen.

Betygsgränserna är: 50% (E), 60% (D), 70% (C), 80% (B), 90% (A).
Observera att för godkänt tentaresultat krävs även att essäfrågan (”P”/”F”; dvs 1/0 poäng) kring kretsanalys och hållbar utveckling får ett godkänt utfall (man kan även få ”Fx” på enbart essäfrågan). För ”Fx” krävs att maximalt 1 poäng drar ner resultatet under godkänt.

Examinator: Daniel Månsson (08 790 9044)

Lycka till och ta det lugnt!

Q1

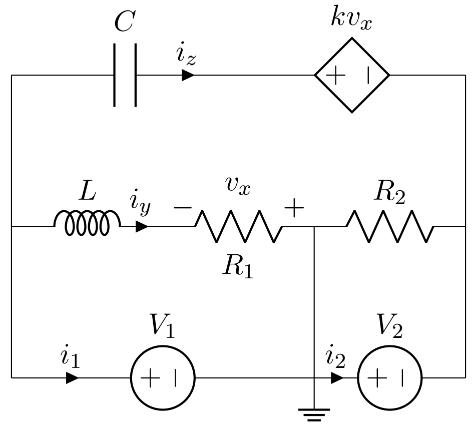
Förklara hur du kan jämföra hållbarheten hos två elektrotekniska system (sett ur de 17 globala målen för hållbar utveckling som antagits av FN). Du måste knyta an till dem kretsanalyskoncept och verktyg som vi har diskuterat under hela kursen samt till dem olika hållbarhetsaspekterna som vi diskuterat. *(Om man vet att man har fått godkänt på uppgiften om "kretsanalys och hållbarhet" som fanns på den ordinarie tentan behöver man bara skriva det här och inte svara på frågan här igen.)*

Notera, gränserna för antalet ord.

Lösningsförslag:
En analys ska innehålla en diskussion (som kan skrivas på olika sätt) kring delar av hur kretsanalys som verktyg kan användas för att analysera en elektroteknisk komponent (eller system) utifrån energieffektivitet, förluster och värmeutveckling, de (komplexa) effekter som utvecklas i olika komponenter/delar inkluderat hur dessa bör minskas genom t.ex. lämplig faskompensering, maximalt tillåtna strömflöden, uppskattningar av degradering av komponenter och optimera livslängden (ur t.ex. strömmarna), materialåtgång och återvinning/återanvändning etc. Dessa ska länkas till de olika hållbarhetsmålen såsom gjorts på föreläsningen.

Q2

För kretsen här, bestäm v_x, i_y, i_z, i_1 och i_2. Slututtrycken ska vara rimligt förenklade och givna i de kända storheterna.



Lösningsförslag:

$$i_y = \frac{V_1 - 0}{j\omega L + R_1} \tag{1}$$

$$v_x = R_1 \frac{-V_1}{j\omega L + R_1} \tag{2}$$

$$\textbf{KVL:} \;\; +V_1 - i_z \frac{1}{j\omega C} - kv_x + V_2 = 0 \rightarrow \tag{3}$$

$$i_z = (V_1 + kR_1 \frac{V_1}{j\omega L + R_1} + V_2) j\omega C \tag{4}$$

$$\textbf{KCL:} \;\; +i_z + i_y + i_1 = 0 \rightarrow \tag{5}$$

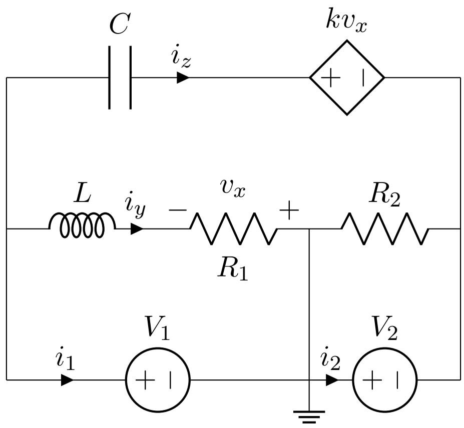
$$i_1 = -\frac{V_1}{j\omega L + R_1} - (V_1 + kR_1 \frac{V_1}{j\omega L + R_1} + V_2) j\omega C \tag{6}$$

$$\textbf{KCL:} \;\; -i_z - i_2 - \frac{V_2}{R_2} = 0 \rightarrow \tag{7}$$

$$i_2 = -(V_1 + kR_1 \frac{V_1}{j\omega L + R_1} + V_2) j\omega C - \frac{V_2}{R_2} \tag{8}$$

Q3

För kretsen här, visa att de komplexa effekterna summeras till noll. (Här behöver du inte explicit uttrycka dem individuella effekterna i dem kända storheterna.)



Lösningsförslag:

Definiera $i_x = V_2/R_2$ enligt passiv teckenkonvention.

$$0 = \sum S = S_c + S_k + S_L + S_{R1} + S_{R2} + S_{V1} + S_{V2} = \tag{9}$$

$$Z_c i_z i_z^* + k v_x i_z^* + Z_L i_y i_y^* + v_x(-i_y)^* + R_2 i_x i_x^* + V_1 i_1^* + V_2 i_2^* \tag{10}$$

$$\textbf{KVL: } V_1 - Z_c i_z - k v_x + V_2 = 0 \rightarrow \tag{11}$$

$$Z_c i_z i_z^* + (V_1 + V_2 - Z_c i_z) i_z^* + Z_L i_y i_y^* - v_x(i_y)^* + R_2 i_x i_x^* + V_1 i_1^* + V_2 i_2^* = \tag{12}$$

$$(V_1 + V_2) i_z^* + Z_L i_y i_y^* - v_x(i_y)^* + R_2 i_x i_x^* + V_1 i_1^* + V_2 i_2^* = [R_2 i_x = V_2] = \tag{13}$$

$$V_1 i_z^* + V_2(i_z^* + i_x^* + i_2^*) + Z_L i_y i_y^* - v_x(i_y)^* + V_1 i_1^* \tag{14}$$

$$\textbf{KCL: } i_z^* + i_x^* + i_2^* = 0 \rightarrow \tag{15}$$

$$V_1 i_z^* + Z_L i_y i_y^* - v_x(i_y)^* + V_1 i_1^* \tag{16}$$

$$\textbf{KCL: } i_z^* + i_1^* + i_y^* = 0 \rightarrow \tag{17}$$

$$V_1(-i_1^* - i_y^*) + Z_L i_y i_y^* - v_x(i_y)^* + V_1 i_1^* = \tag{18}$$

$$-V_1 i_y^* + Z_L i_y i_y^* - v_x(i_y)^* = i_y^*(-V_1 + Z_L i_y - v_x) \tag{19}$$

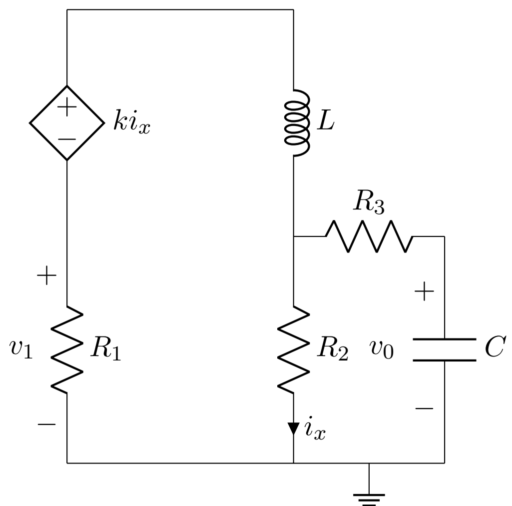
$$\textbf{KVL: } -V_1 + Z_L i_y - v_x = 0 \tag{20}$$

$$\tag{21}$$

Q.E.D

Q4

För filterkretsen här, bestäm överföringsfunktionen mellan v_1 och v_0. Slututtrycket ska vara rimligt förenklat och givet i dem kända storheterna.



Lösningsförslag:
Strömmen, med riktning enligt passiv teckenkonvention, genom R_1 är $i_{R_1} = v_1/R_1$.

$$\textbf{KVL:}\ \ +v_1 + ki_x + \frac{v_1}{R_1}j\omega L - i_x R_2 = 0 \tag{22}$$

$$v_1\left(1 + \frac{j\omega L}{R_1}\right) + i_x(k - R_2) = 0 \rightarrow \tag{23}$$

$$v_1 = \frac{i_x(k - R_2)}{\left(1 + \frac{j\omega L}{R_1}\right)} \tag{24}$$

$$\tag{25}$$

Definiera noden "a" där L, R_1 och R_2 möts.

$$v_a = R_2 i_x \tag{26}$$

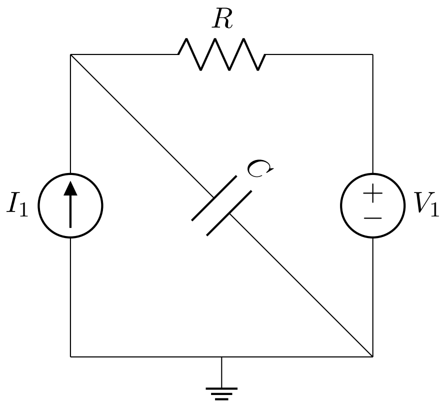
$$\frac{v_a}{R_3 + \frac{1}{j\omega C}} = i_c = \frac{v_0}{\frac{1}{j\omega C}} \rightarrow \tag{27}$$

$$v_0 = \frac{R_2 i_x \frac{1}{j\omega C}}{R_3 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2 i_x}{R_3 j\omega C + 1} \rightarrow \tag{28}$$

$$H = \frac{v_0}{v_1} = \left(\frac{R_2 i_x}{R_3 j\omega C + 1}\right)\left(\frac{\left(1 + \frac{j\omega L}{R_1}\right)}{i_x(k - R_2)}\right) = \frac{R_2(1 + \frac{j\omega L}{R_1})}{(R_3 j\omega C + 1)(k - R_2)} \tag{29}$$

Q5

För kretsen här, bestäm den aktiva och reaktiva effekten som utvecklas i strömkällan. Slututtrycken ska vara rimligt förenklade och givna i dem kända storheterna. Svara på om I_1 kommer att förbruka, eller leverera, aktiv/reaktiv effekt? Antag här att V_1 och I_1 båda har argumentet lika med noll.



Lösningsförslag:
Definiera noden "a" där R, C och I_1 möts.

$$\textbf{KCL.a:}\ \frac{v_a - V_1}{R} + v_a j\omega C - I_1 = 0 \rightarrow \tag{30}$$

$$v_a = \frac{I_1 R_1 + V_1}{1 + j\omega RC} \tag{31}$$

$$S_{I1} = v_a(-I_1)^* = -\frac{I_1 R_1 + V_1}{1 + j\omega RC} I_1^* = \tag{32}$$

$$\frac{-R_1|I_1|^2 - V_1 I_1^*}{1 + j\omega RC} = \frac{(-R_1|I_1|^2 - V_1 I_1^*)(1 - j\omega RC)}{1 + (\omega RC)^2} \rightarrow \tag{33}$$

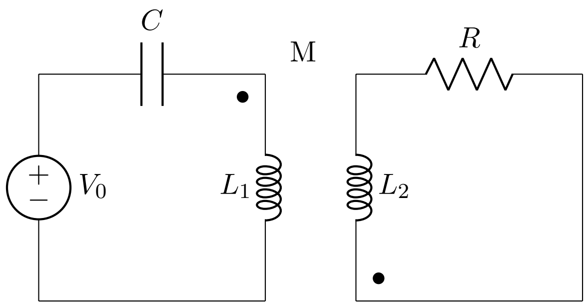
$$P = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2}(-R_1|I_1|^2 - V_1 I_1^*) \tag{34}$$

$$Q = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2}(\omega R^2 C|I_1|^2 + V_1 I_1^* \omega RC) \tag{35}$$

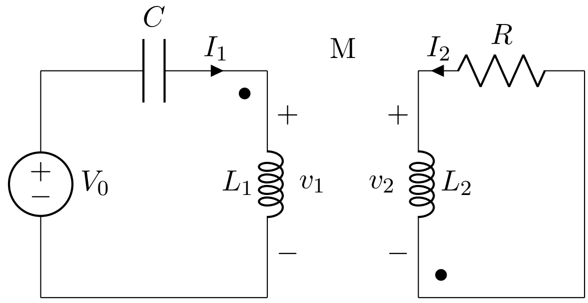
Om nu V_1 och I_1 båda har argumentet lika med noll har de $Im\{...\} = 0$ (och vi antar att V_1 och I_1 verkligen är riktade såsom i kretsen, dvs $V_1, I_1 > 0$) ser vi att $P < 0$ (levererar aktiv effekt) samt $Q > 0$ (förbrukar reaktiv effekt). Om man inte antar att $V_1, I_1 > 0$ så måste man gå igenom den olika fallen samt att studera uttrycken inom parenteserna i detalj.

Q6

För kretsen här, härled den impedansen som spänningskällan V_0 driver/"ser". Slututtrycket ska vara rimligt förenklat och givet i dem kända storheterna.



Lösningsförslag:



Vi definierar v_1, v_2, I_1 och I_2 enligt passiv teckenkonvention och p.g.a. hur prickarna sitter får vi motverkande flöde:

$$v_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \tag{36}$$

$$v_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \tag{37}$$

$$\textbf{KVL: } + V_0 - I_1 Z_c - v_1 = 0 \tag{38}$$

$$\textbf{KVL: } + v_2 + I_2 R_2 = 0 \rightarrow \tag{39}$$

$$v_2 = -I_2 R_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \tag{40}$$

$$I_2 = \frac{j\omega M I_1}{R_2 + j\omega L_2} \rightarrow \tag{41}$$

$$v_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M \frac{j\omega M I_1}{R_2 + j\omega L_2} \tag{42}$$

$$Z_{trafo} = \frac{v_1}{I_1} = j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_2 + j\omega L_2} \rightarrow \tag{43}$$

$$Z_{in} = Z_c + Z_{trafo} = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{R_2 + j\omega L_2} \tag{44}$$

---

q7

Antag att en byggnad för ett ögonblick förbrukar P kW samt Q kVAr (dvs. $P, Q > 0$).

Vad blir skillnaden (dvs ”utan” - ”med”) i effektfaktorn, såsom elnätet ser det, om byggnaden skulle ha solceller som just då levererar PV kW till byggnaden.

Lösningsförslag:

$$\textbf{utan: } pf_1 = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \tag{45}$$

$$\textbf{med: } pf_2 = \frac{P - PV}{\sqrt{(P - PV)^2 + Q^2}} \tag{46}$$

$$\Delta pf = pf_1 - pf_2 \tag{47}$$

---

q8

Om det i en generell impedans Z utvecklas den komplexa effekten $S = P + jQ$ bestäm då effektfaktorn (som vi även kallat "pf") för Z.

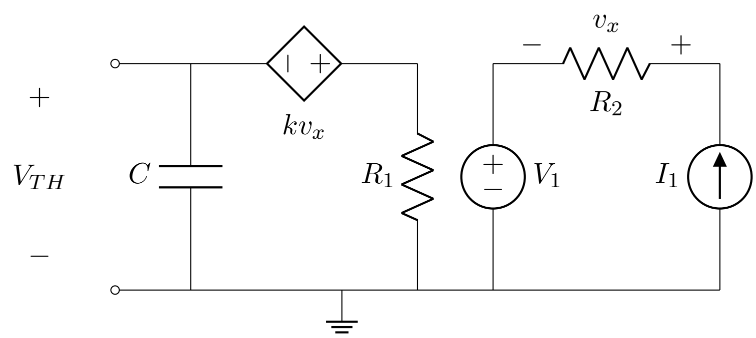
Lösningsförslag:

$$pf = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \tag{48}$$

---

q9,q10

Bestäm real-/imaginärdelen av Z_{TH} sett in i den markerade porten.

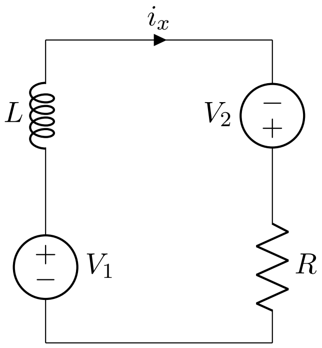


Lösningsförslag:
På grund av den beroende källan kan vi inte säkert nollställa källorna för att få fram Theveninimpedansen utan vi måste ta fram V_{TH} och I_N.
Vi kallar strömmen som rör sig upp genom R_1 (och ned genom Z_c) för i_x. Vi får att $v_x = R_2 I_1$. En KVL ger oss att $-i_x R_1 - kv_x - i_x Z_c = 0 \to i_x = \frac{-kR_2 I_1}{R_1 + Z_c}$. Vi får nu att $V_{TH} = Z_c \frac{-kR_2 I_1}{R_1 + Z_c}$.
Med samma definition av i_x som ovan (där vi nu får att $i_x = I_N$), kortsluter vi porten (och därmed även kondensatorn) och får med en KVL $-i_x R_1 - kv_x = 0$. Vi har fortfarande att $v_x = R_2 I_1$ vilket ger oss att $i_x = \frac{-kR_2 I_1}{R_1} = I_N$. Tillsammans med $V_{TH} = Z_c \frac{-kR_2 I_1}{R_1 + Z_c}$ får vi att $Z_{TH} = V_{TH}/I_N = Z_c \frac{-kR_2 I_1}{R_1 + Z_c} \frac{R_1}{-kR_2 I_1} = \frac{Z_c R_1}{Z_c + R_1}$. Ur detta, samt med siffervärden, kan vi lösa ut real- och imaginärdelen.

---

q11

Bestäm realdelen av i_x.



Lösningsförslag

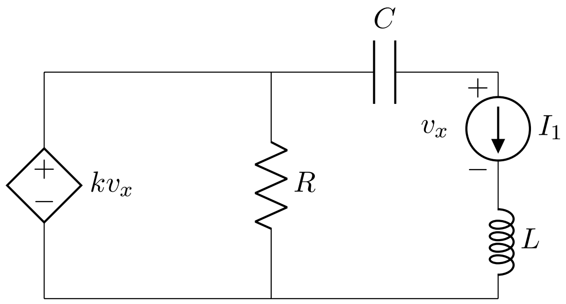
$$KVL: \ +V_1 - i_x j\omega L + V_2 - i_x R = 0 \rightarrow \tag{49}$$

$$i_x = \frac{V_1 + V_2}{j\omega L + R} \tag{50}$$

---

q12

Bestäm imaginärdelen av v_x.



Lösningsförslag

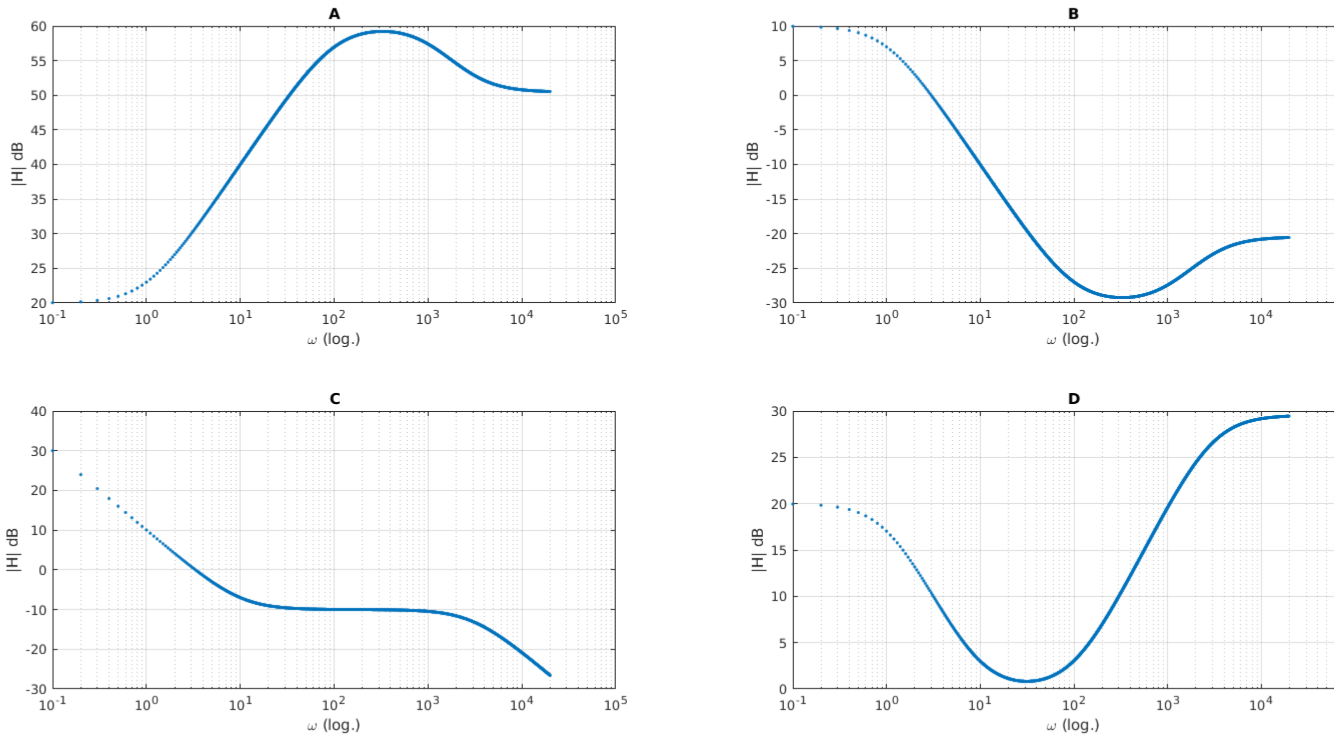
$$KVL: \ +kv_x - \frac{1}{j\omega C} I_1 - v_x - j\omega L I_1 = 0 \rightarrow \tag{51}$$

$$v_x = \frac{I_1(\frac{1}{j\omega C} + j\omega L)}{k-1} \tag{52}$$

---

q13

Matcha rätt Bodediagram med rätt överföringsfunktion.

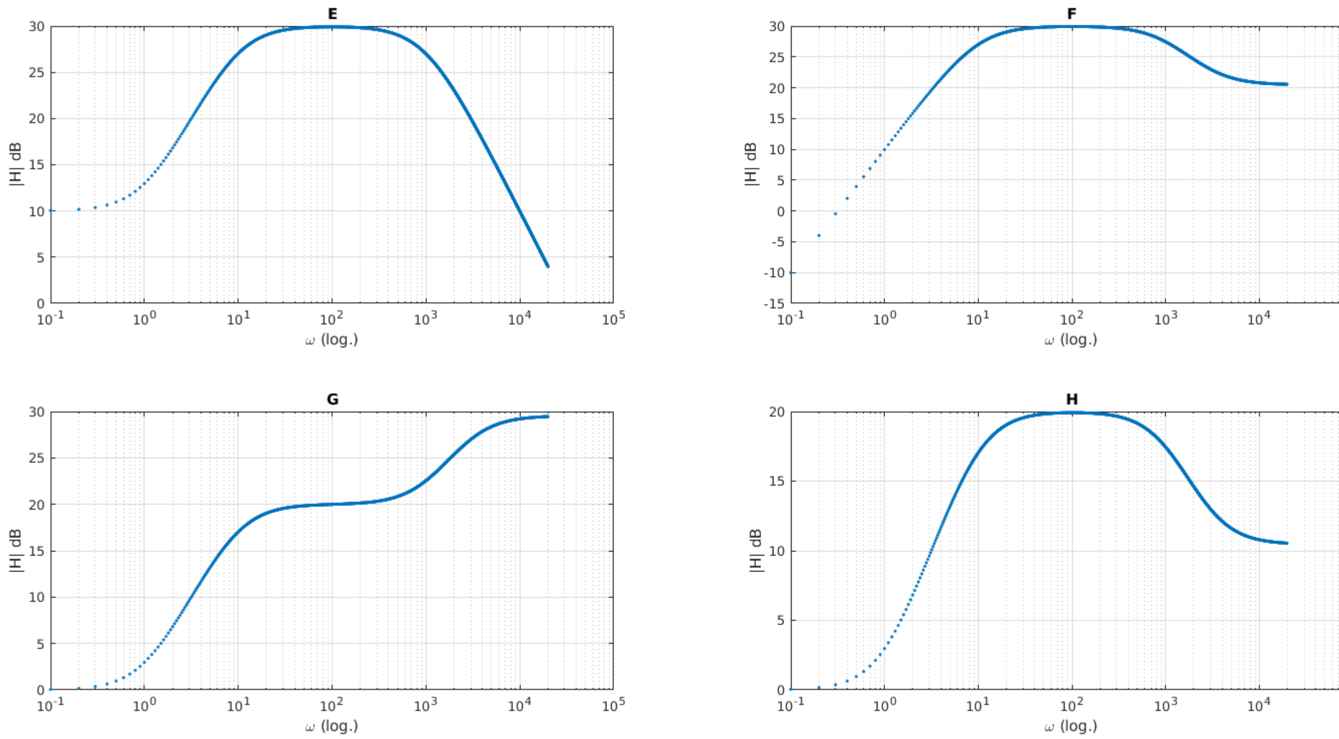


Lösningsförslag:

- A: $H = \sqrt{100}\frac{(1+\frac{j\omega}{1})(1+\frac{j\omega}{3000})}{(1+\frac{j\omega}{100})(1+\frac{j\omega}{1000})}$
- B: $H = \sqrt{10}\frac{(1+\frac{j\omega}{1000})(1+\frac{j\omega}{100})}{(1+\frac{j\omega}{1})(1+\frac{j\omega}{3000})}$
- C: $H = \sqrt{10}\frac{(1+\frac{j\omega}{10})}{(\frac{j\omega}{1})(1+\frac{j\omega}{3000})}$
- D: $H = \sqrt{100}\frac{(1+\frac{j\omega}{10})(1+\frac{j\omega}{100})}{(1+\frac{j\omega}{1})(1+\frac{j\omega}{3000})}$

q14

Matcha rätt Bodediagram med rätt överföringsfunktion.



Lösningsförslag:

- E: $H = \sqrt{10}\frac{(1+\frac{j\omega}{1})}{(1+\frac{j\omega}{10})(1+\frac{j\omega}{1000})}$
- F: $H = \sqrt{10}\frac{(\frac{j\omega}{1})(1+\frac{j\omega}{3000})}{(1+\frac{j\omega}{10})(1+\frac{j\omega}{1000})}$
- G: $H = \frac{(1+\frac{j\omega}{1})(1+\frac{j\omega}{1000})}{(\frac{1+j\omega}{10})(1+\frac{j\omega}{3000})}$
- H: $H = \frac{(1+\frac{j\omega}{1})(1+\frac{j\omega}{3000})}{(1+\frac{j\omega}{10})(1+\frac{j\omega}{1000})}$

---

q15

Värmeförluster (som utvecklas i resistanser) är ofta ett stort problem i elektrotekniska system. Hur mycket energi (i form av värme) förloras, per timme, i återledaren i ett balanserat trefassystem om återledaren har impedansen Z = R + jX?

Lösningsförslag:
0

---

q16

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade) med cosinus som riktfas och ABC-sekvens?
$v_a = 2,\ v_b = 4\cos(\omega t + 120°),\ v_c = \sqrt{4}\angle - 120°$

Lösningsförslag
Nej.

---

q17

Är förskjutningen mellan linjeströmmarna i ett balanserat trefassystem $\pm 120°$?

Lösningsförslag
Ja.

---

q18

Är följande en beskrivning av en balanserad trefaskälla (antag att ev. generatorimpedanser är balanserade) med cosinus som riktfas och ABC-sekvens?
$v_a = 1 + j,\ v_b = \sqrt{2}\cos(\omega t - 75°),\ v_c = \sqrt{2}\angle 165°$

Lösningsförslag
Ja.